

Compito d' esame di **Calcolo Differenziale e di Calcolo Integrale**
per **Informatica**

11/09/2009

Proff. A. Davini, M. Badii, C.Nebbia

Calcolo Differenziale

Esercizio 1. Studiare il grafico della seguente funzione (si richiedono l'insieme di definizione, gli eventuali asintoti orizzontali verticali ed obliqui, massimi e minimi, lo studio della derivata prima e seconda, flessi e concavità):

$$f(x) = \log x - \log(\log x)$$

Esercizio 2. Studiare le due serie numeriche

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^4 + n} - n^2) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \tan\left(\frac{n}{3^n}\right)$$

Esercizio 3. Dimostrare (si usi il teorema di Lagrange) che la seguente disuguaglianza è valida per ogni x ed y:

$$\left| \arctan(\sqrt{1+x^2}) - \arctan(\sqrt{1+y^2}) \right| \leq \frac{1}{2} |x-y|$$

Calcolo Integrale

Esercizio 1. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$y' = 2x(y^2 + 1) \quad y(0) = 0$$

Esercizio 2. Trovare tutte le soluzioni dell'equazione:

$$y'' + y' - y = xe^x$$

Esercizio 3. Studiare la convergenza semplice ed assoluta della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+1}{n^2+n+1} (x^2 - x + 1)^n$$

Esercizio 4. Calcolare l'integrale indefinito:

$$\int \frac{x^3}{x^2 - x + 1} dx$$