

Analisi vettoriale - A.A. 2002/03

Seconda prova di esonero - 22/11/2002

Esercizio 1. Calcolare flusso uscente e circuitazione del campo vettoriale $\vec{F} = \{x, y\}$ lungo il bordo della regione

$$A = \{x \geq 0, x^2 + y^2 \leq 2, 0 \leq y \leq x^2\}$$

percorso nel verso antiorario.

Esercizio 2. i) Calcolare l'area della porzione di superficie sferica $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ al di sopra del piano $z = h$, $0 \leq h \leq 1$.

ii) Determinare per ogni valore reale di h l'area della porzione della superficie sferica precedente che si trova al di sopra del piano $z = h$.

Esercizio 3. Sia

$$\vec{F} = \frac{1}{\sqrt{x+y+z}} \{x, y, z\}$$

i) calcolare la circuitazione di \vec{F} lungo la poligonale triangolare determinata dai punti $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$, $C = (0, 0, 1)$, orientata nel verso ABC.

ii) calcolare il flusso di \vec{F} e di $\text{rot } \vec{F}$ attraverso la superficie triangolare determinata dai punti ABC precedenti, orientata in modo che la terza componente del versore normale sia positiva.

Esercizio 4. i) Determinare per quali $\alpha \geq 0$ converge l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin(x^\alpha + x^3)}{x^2} dx.$$

ii) Dire se convergono gli integrali impropri

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x} \cos(x)} dx, \quad \int_1^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{x} \cos(x)} dx.$$