

Analisi vettoriale - A.A. 2003/04

Primo esonero - 30 ottobre 2003

Esercizio 1. Detto E l'insieme dei punti dell'iperbole di equazione $xy + y^2 = 1$ ed $f(x, y) = x^2 + y^2$,

1. esaminare se $f(x, y)$ ammette massimo o minimo su E ,
2. determinare gli eventuali valori di massimo o minimo e i punti di E in cui tali estremi sono assunti.

Esercizio 2. Calcolare il lavoro del campo di forze

$$F = \left\{ \frac{y^2}{x+1}, 2y \ln(x+1) + 3x \right\}$$

per compiere un giro dell'ellisse $4x^2 + y^2 = 1$ in senso antiorario.

Esercizio 3.

1. Calcolare l'area della superficie Σ contenuta nel piano $z = x - 1$ e limitata dal cilindro $(x - 2)^2 + \frac{1}{2}y^2 \leq 1$
2. Calcolare l'integrale superficiale

$$\int_{\Sigma} \sqrt{(x-2)^2 + \frac{1}{2}y^2} d\sigma$$

Esercizio 4. Sia S il solido formato dal cilindro $x^2 + y^2 \leq 1$, $0 \leq z \leq 1$ e sormontato dalla semisfera $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 \leq 1$, $z \geq 1$, e sia

$$\vec{F} = \{xy, xy, (1 - x - y)z\}$$

Calcolare il flusso

$$\int_{\partial S} \vec{F} \times \vec{\nu} d\sigma$$

essendo ∂S la frontiera di S , $\vec{\nu}$ il versore normale esterno e \times il simbolo di prodotto scalare.