

Esercizi

Esercizio 1. Determinare l'insieme di definizione della funzione $\sqrt{|2x - 5| - x}$.

Esercizio 2. Calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(\pi x)}{x - 2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos(x)) \sin \frac{1}{x},$$
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 2x + 3}{x^3 + 7x + 1} \right) \cos(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1-x}}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \left(\frac{2x}{x^2 + 1} \right),$$
$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}, \quad \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{\sqrt{x} - 2}{(x - 4)^2}$$

Esercizio 3. Dimostrare che l'equazione $x + \sin(x) - 1 = 0$ ha almeno una soluzione. E' possibile che ci sia una soluzione negativa?

Esercizio 4. Dimostrare che l'equazione $4x^3 - 2x - 1 = 0$ ammette almeno una soluzione nell'intervallo $[0, 1]$. Determinare un intervallo di ampiezza $\frac{1}{4}$ in cui si trova una soluzione.

Esercizio 5. Usando il limite del rapporto incrementale calcolare la derivata della funzione $\frac{1}{x}$ nel punto $x_0 = 2$.

Esercizio 6. Calcolare le derivate delle funzioni $\cos(x^2+x)$, $\sqrt[3]{x^2 + 3x + 1}$.

Esercizio 7. Data la funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ determinare

- i) l'insieme di definizione;
- ii) l'insieme in cui f è continua o estendibile in modo continuo;
- iii) l'insieme di derivabilità e calcolare la derivata.

Esercizio 8. Data la funzione $f(x) = \frac{1-\cos(x)}{x}$, dimostrare che si può prolungare in modo continuo in $x = 0$. Successivamente dimostrare che la funzione così prolungata è derivabile in $x = 0$.