

CALCOLO DIFFERENZIALE UNO
 ANNO ACCADEMICO 2009-10
 ESERCIZI PROPOSTI PRIMA DELL'ESONERO

Esercizio 1 *Trovare l'insieme dei numeri reali che soddisfano alla disuguaglianza*

$$|x - 3| > |x + 3|$$

Esercizio 2 *Trovare il dominio della funzione*

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}$$

Esercizio 3 *Calcolare il limite*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{1 - \cos 2x}$$

Esercizio 4 *Calcolare il limite*

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{\sqrt{4+x} - 2}$$

Esercizio 5 *Dimostrare che la funzione $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 3$ si annulla nell'intervallo $[-1, 0]$. Dimostrare anche che $f(x)$ si annulla in altri due punti fuori di questo intervallo.*

Esercizio 6 *Per quale numero reale α la funzione che vale $\alpha|x|$ se $|x| < 1/2$ e vale x^2 per $|x| \geq 1/2$, risulta continua in ogni punto?*

Esercizio 7 *Dimostrare che la funzione*

$$f(x) = x|x|,$$

è derivabile in ogni punto, disegnarne il grafico nell'intervallo $[-1, 1]$ e disegnare nello stesso intervallo il grafico della sua derivata.

Esercizio 8 *Dimostrare che la funzione $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$, per $x \neq 0$ e tale che $f(0) = 0$ è derivabile in tutti i punti. Calcolarne la derivata $f'(x)$ e mostrare che la derivata, pur esistendo in zero non è continua in zero.*