

Analisi vettoriale - A.A. 2003/04

ESAME SCRITTO - 16 DICEMBRE 2003

SVOLGERE QUATTRO ESERCIZI A SCELTA TRA I SEGUENTI CINQUE:

Esercizio 1. Sia $\{D = (x, y) \in R^2, -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2\}$, calcolare il lavoro compiuto dal campo

$$F = \{y^2, x^2\}$$

lungo la frontiera di D percorsa in senso antiorario.

Esercizio 2. Studiare la convergenza (puntuale, assoluta, uniforme) della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x - |x|)^n}{\sqrt{n^2 + n + 1}}$$

Esercizio 3. Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{(1+y^3)t}{(1+t^2)y^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Esercizio 4. Dimostrare che in un intorno dell'origine l'equazione

$$e^{y^2} - x^2 + 2y \cos(x) = 1$$

definisce una funzione $y = f(x)$. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$$

Esercizio 5. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{aligned} y''' + y' &= x \\ y(0) &= 0 \\ y'(0) &= 0 \\ y''(0) &= 0 \end{aligned}$$