Equazione: caso dell'assone gigante del calamaro

$V = V_i - V_e$ differenza di potenziale tra interno ed esterno della cellula

Calamaro gigante $V^{eq} = -65mV$, $V^{eq}_{K_+} = -77mV$, $V^{eq}_{N_+} = 50mV$, $V^{eq}_{L} = -54.4mV$ $v = V - V^{eq}$

$\overline{g}_{K_+} = 36, \overline{g}_{N_+} = 120, \overline{g}_{L} = 0,3 \qquad mS/cm^2$

$v^{eq}_{K_+} = -12, v^{eq}_{N_+} = 115, v^{eq}_{L} = 10,6, \quad C = 1\,\mu F/cm^2.$

$$
\begin{aligned}
\dot{v} &= -36n^4(v+12) - 120m^3h(v-115) - 0,3(v-10,6)\\
\dot{n} &= \tfrac{n_\infty(v)-n}{\tau_n(v)} = \alpha_n(v)(1-n) - \beta_n(v)n\\
\dot{m} &= \tfrac{m_\infty(v)-m}{\tau_m(v)} = \alpha_m(v)(1-m) - \beta_m(v)m\\
\dot{h} &= \tfrac{h_\infty(v)-h}{\tau_h(v)} = \alpha_h(v)(1-h) - \beta_h(v)h
\end{aligned}
$$

$$n_\infty(v) = \frac{\alpha_n(v)}{\alpha_n(v) + \beta_n(v)}, \;\; \tau_n(v) = \frac{1}{\alpha_n(v) + \beta_n(v)}$$

Analogamente per le funzioni associate ai controlli m ed l

$$\alpha_n = 0.01 \frac{10 - v}{\exp(\frac{10-v}{10}) - 1}, \beta_n = 0,125 \exp\left(\frac{-v}{80}\right)$$

$$\alpha_m = 0.1 \frac{25 - v}{\exp(\frac{25-v}{10}) - 1}, \beta_m = 4 \exp\left(\frac{-v}{18}\right)$$

$$\alpha_h = 0,07 \exp\left(\frac{-v}{20}\right), \beta_h = \frac{1}{\exp(\frac{30-v}{10}) + 1}$$

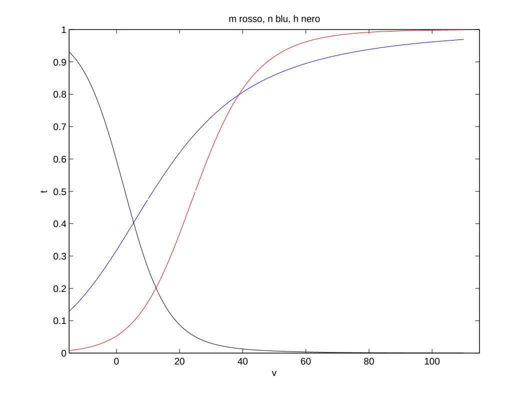

Figura: Grafici di n_∞ (blu), m_∞ (rosso) e h_∞ (nero)

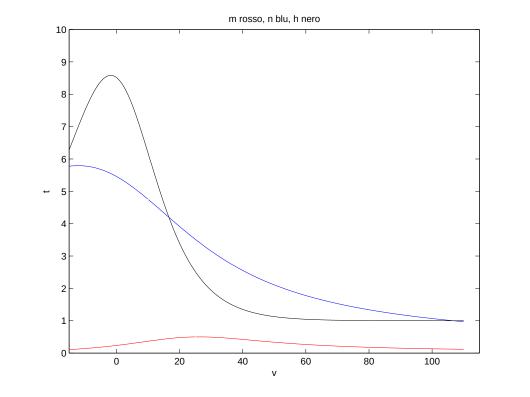

Figura: Grafici di τ_n (blu), τ_m (rosso) e τ_h (nero)

Partiamo da dati iniziali casuali, ad esempio $V(0) = 19$, $n(0) = 0.8$, $m(0) = 0,2$, $h(0) = 0,3$.

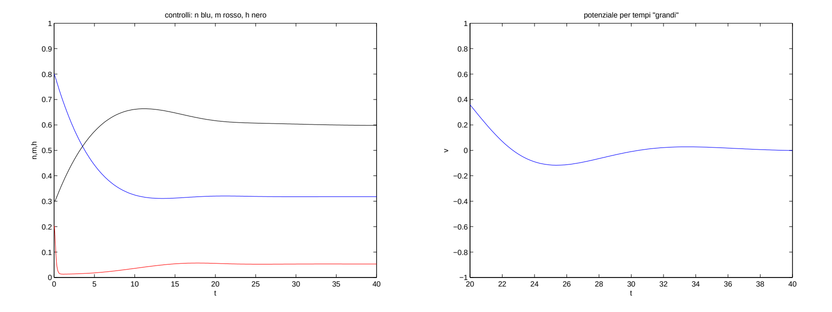

Figura: Otteniamo asintoticamente (circa) $\overline{V} = 0, \overline{n} = 0.3, \overline{m} = 0.05, \overline{h} = 0.6$

Partiamo da altri dati iniziali casuali, ad esempio $V(0) = 3$, $n(0) = 0.2$, $m(0) = 0,4$, $h(0) = 0,1$.

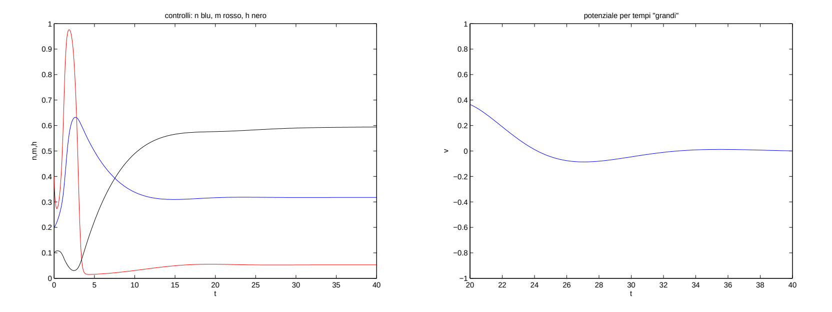

Figura: Otteniamo nuovamente gli stessi stati asintotici.

È naturale aver trovato $\overline{v} = 0$ perché nel cambio di variabile questo corrisponde proprio all'equilibrio del potenziale di membrana.
Questo ci dice che quando la membrana è all'equilibrio bisogna scegliere n, m e h molto vicini a $\overline{n} = 0,3, \overline{m} = 0,05$, e $\overline{h} = 0,6$
Quindi è interessante studiare l'eventuale esistenza del potenziale d'azione partendo da dati iniziali che perturbano l'equilibrio $v(0) = 0$, $n(0) = \overline{n}$, $m(0) = \overline{m}$, $h(0) = \overline{h}$.

È naturale aver trovato $\overline{v} = 0$ perché nel cambio di variabile questo corrisponde proprio all'equilibrio del potenziale di membrana.
Questo ci dice che quando la membrana è all'equilibrio bisogna scegliere n, m e h molto vicini a $\overline{n} = 0,3, \overline{m} = 0,05$, e $\overline{h} = 0,6$
Quindi è interessante studiare l'eventuale esistenza del potenziale d'azione partendo da dati iniziali che perturbano l'equilibrio $v(0) = 0$, $n(0) = \overline{n}$, $m(0) = \overline{m}$, $h(0) = \overline{h}$.
In particolare è interessante considerare il caso in cui i controlli siano inizialmente all'equilibrio e ci sia una differenza di potenziale iniziale della membrana che non sia all'equilibrio.
Vediamo le simulazioni con matlab!!!!

v(0)=5

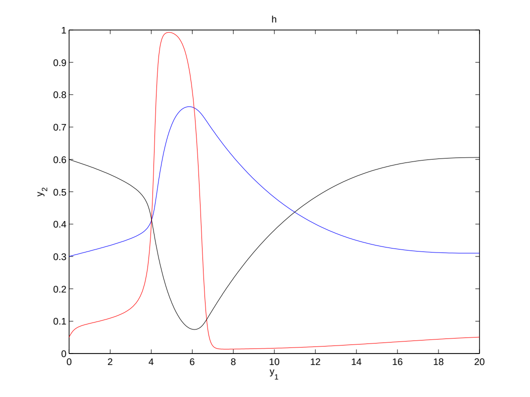

Figura: Grafici di n (blu), m (rosso) e h (nero)

$v(0) = 5$, conduttanze $g_{K_+} = 36n^4$, $g_{N_+} = 120m^3h$

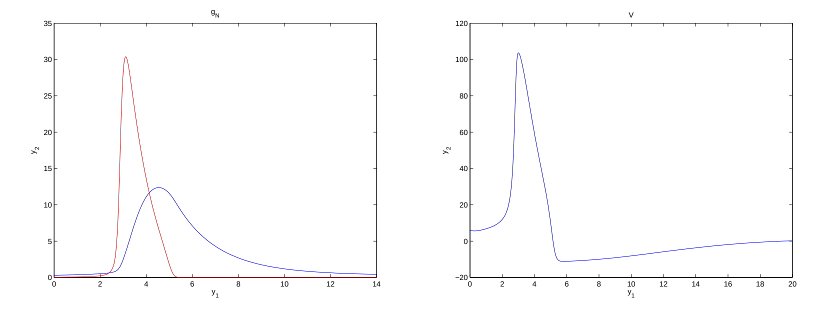

Figura: Conduttanze e potenziale d'azione

In questo caso si verifica il fenomeno del potenziale d'azione

Se scegliamo un dato iniziale appena più piccolo?

Se scegliamo un dato iniziale appena più piccolo?
$v(0) = 4.5$, conduttanze $g_{K_+} = 36n^4$, $g_{N_+} = 120m^3h$

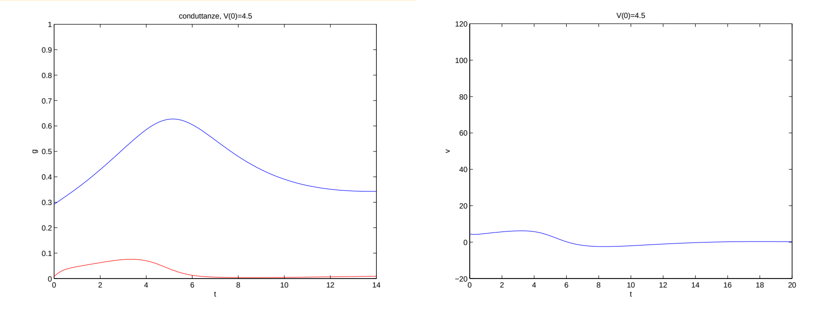

Figura: Nessun potenziale d'azione! Le conduttanze sono quasi nulle

Se invece scegliamo un dato molto più grande ?

Se invece scegliamo un dato molto più grande ?
$v(0) = 50$, conduttanze $g_{K_+} = 36n^4$, $g_{N_+} = 120m^3 h$

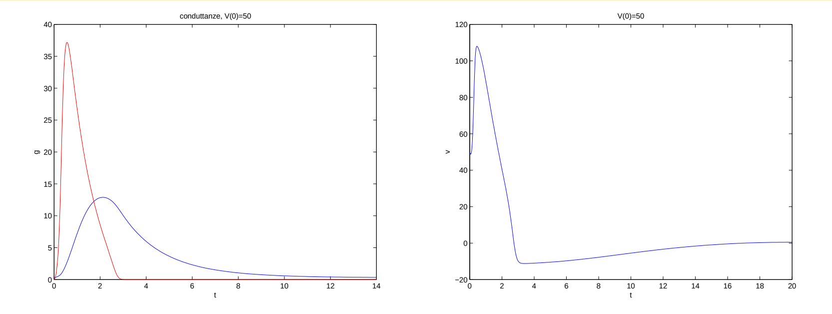

Figura: Potenziale d'azione con profilo simile al caso $v(0) = 5$. Il max è appena più grande