Istituzioni di Geometria Superiore a.a. 17/18.
Prova scritta 30/01/18.

Esercizio 1. Siano

$$S^3 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = 1\}$$

$$S^1 = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid x = 0,\ y = 0,\ x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = 1\}$$

Si consideri su $X = S^3 \setminus S^1$, calcolare $H_k(X, \mathbb{R})$

Esercizio 2. In $\mathbb{P}^2$ Si consideri la curva

$$X = \{[X, Y, Z] \in \mathbb{P}^2\mathbb{C} \mid (X - Z)(Y - Z)(X^3 + Y^3 - Z^3) = 0.\}$$

Calcolare l' omologia a coefficienti in $\mathbb{R}$ dello spazio topologico X

Esercizio 3. Sia $X = \mathbb{P}^1(\mathbb{C}) = \hat{\mathbb{C}}$, $p_1 = [1, 1] = 1$, $p_2 = [1, 0] = \infty$.
Scrivere esplicitamente una base di $L(p_1 + p_2)$.
Scrivere esplicitamente una base di $\mathcal{I}(-p_1 - p_2)$.

Esercizio 4. Sia C la superficie di Riemann associata alla curva algebrica piana

$$C_0 = \{(x, y)/x^4 + y^5 - x = 0\}.$$

Sia $\pi_x : C_0 \to \mathbb{C}$ la proiezione sulla coordinata x.
Trovare la funzione meromorfa f su C che estende π_x .
Trovare i punti di ramificazione di f e calcolare il genere di C usando la formula di Hurwitz.

Esercizio 5. Sia X una superficie di Riemann compatta, D un divisore di grado d e

$$\phi_D : X \to \mathbb{P}^n(\mathbb{C})$$

l' applicazione indotta dal divisore D.
Verificare che $g(X) \geq d - n$.
Indicare casi in cui vale l' uguaglianza