Esercizi del corso di Geometria - Foglio 8

12 gennaio 2014

Esercizio 1. Calcolare gli autovalori delle matrici seguenti, e trovare i relativi autospazi:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 2. In $\mathbb{R}^3$ sia $\{e_1, e_2, e_3\}$ la base standard, e sia $f_k \colon \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$ ($k \in \mathbb{R}$) l'applicazione lineare definita da

$$f_k(e_1) = -e_1, \qquad f_k(e_2) = e_2 + ke_3, \qquad f_k(e_3) = -k(e_1 - e_3).$$

Stabilire per quali $k \in \mathbb{R}$ f_k è diagonalizzabile.

Esercizio 3. Determinare se le matrici seguenti sono coniugate fra loro:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 4. Calcolare A^{10}, dove A ï¿$\frac{1}{2}$ la matrice dell'esercizio precedente.

Esercizio 5. Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1/2 & 3 & -1/2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

e l'operatore $L_A : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$. Studiare la diagonalizzabilità di L_A. Determinare una matrice invertibile C *ed* una matrice triangolare T tali che

$$C^{-1}AC = T\,.$$