

Geometria .

Esercizi sui sistemi lineari

Esercizio 1. Risolvere i seguenti sistemi:

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases} , \quad \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 12x - 8y = 4 \end{cases} .$$

Esercizio 2. Un tale, avendo incontrato dei poveri, voleva dare 5 euro a ciascuno, ma per fare questo gli mancavano 2 euro. Allora egli diede 4 euro a ciascuno e così gli rimasero 5 euro. Quanti erano i poveri?

Sol : 33

Esercizio 3. Determinare quattro numeri sapendo che le loro somme a tre a tre sono 9, 10, 11 e 12.

Sol : (2,3,4,5)

Esercizio 4. Risolvere il seguente sistema al variare del parametro k :

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ x + ky - z = 0 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases} .$$

Esercizio 5. Discutere il seguente sistema al variare dei parametri a e b :

$$\begin{cases} x + 2y + az = 1 \\ 2x + ay + 8z = -1 \\ 4x + 7y + z = b \end{cases} .$$

Sol : $a \neq 4, -1/4$ la soluzione è unica, $a = 4$ nessuna soluzione, $a = -1/4$ nessuna soluzione per $b \neq 56/17$, infinite soluzioni per $b = 56/17$

Esercizio 6. Verificare le seguenti identità

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n i = (1/2)n(n+1) \\ \sum_{k=0}^N q^k = \frac{1-q^{N+1}}{1-q}, q \neq 0, 1 \end{cases}$$

Esercizio 7. Sia $a \in \mathbb{R}$ tale che $0 < a < 1$. Dimostrare, per induzione, che

$$(1-a)^n < \frac{1}{1+na}$$