

IGS a.a. 14/15.
Prova esonero 10/11/14.

Esercizio 1. Si consideri la curva

$$C = \{[X, Y, Z] \in \mathbb{P}^2\mathbb{C} \mid Z^3Y + X^3Z + XY^3 = 0\}.$$

Verificare che C è non singolare

Si consideri l' applicazione

$$C \rightarrow \hat{C}$$

data da $= \frac{Z}{X}$.

Trovare i punti la cui immagine è 0 o ∞ .

Esercizio 2. Si consideri la curva

$$C = \{[X, Y, Z] \in \mathbb{P}^2\mathbb{C} \mid X^2Y^2 + Y^2Z^2 + X^2Z^2 = 0\}.$$

Desingularizzare la curva C .

Sia X la superficie di Riemann compatta associata alla curva C Si consideri l' applicazione

$$X \rightarrow \hat{C}$$

data da $= \frac{Z}{X}$.

Trovare l' immagine dei punti prodotti dallo scoppimento.

Esercizio 3. Calcolare l' omologia a coefficienti in \mathbb{R} dello spazio topologico

$$X = \mathbb{R}^3 \setminus S^1$$

Esercizio 4. Verificare che la funzione olomorfa $\cosh z$ ha una singolarità essenziale in $\infty \in \hat{C}$.

Esercizio 5 Sia $f : \hat{C} \rightarrow \hat{C}$ l' applicazione analitica che estende la funzione meromorfa

$$4 \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}.$$

Trovare $f(\infty)$ e i punti di ramificazione di f .

Esercizio 6 Si consideri la curva

$$C = \{[X, Y, Z] \in \mathbb{P}^2\mathbb{C} \mid ZXY = 0\}.$$

Calcolare $H_k(C, \mathbb{Z})$.