

Esercizio 1. Al variare di $a, b \in \mathbb{R}$, sia $f_{a,b} : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ la funzione lineare rappresentata dalla matrice

$$A_{a,b} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ a & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Trovare una base e la dimensione per $Im(f_{a,b})$ al variare di $a, b \in \mathbb{R}$
- b) Dire per quali $a, b \in \mathbb{R}$ il vettore $v = (2, 0, 3, -1)$ appartiene a $Im(f_{a,b})$

Esercizio 2. Siano dati i punti $Q_1 = (1, 1, 1)$ e $Q_2 = (2, 2, 2)$

- a) Trovare, in forma parametrica e cartesiana, la retta r passante per Q_1 e Q_2
- b) Trovare un' equazione cartesiana del piano π perpendicolare alla retta r e passante per il punto $Q_0 = (0, 0, 0)$,

Esercizio 3. Sia $U \subset \mathbb{R}^3$ il sottospazio generato dai vettori $v_1 = (1, 0, 1)$ e $v_2 = (1, 1, 1)$.

- a) Trovare una base ortonormale per U .
- b) Trovare un vettore ortogonale a U .

Esercizio 4. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Calcolare autovalori e autovettori reali della matrice assegnata