Superfici di Riemann a.a. 14/15.
Prova scritta 21/09/15.

Esercizio 1. Sia $C \subset \mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ la curva algebrica di equazione

$$F(X,Y,Z) = XZ^4 + X^5 + Y^5$$

Verificare che la curva è non singolare .
Si consideri la funzione meromorfa $f = \frac{X}{Y}$, trovare il genere di C usando la formula di Hurwitz per f
Dimostrare che C non è iperellittica

Esercizio 2. Sia C la curva di equazione di equazione

$$y^{501} = x^{1504}$$

Calcolare il numero degli scoppiamenti necessari per risolvere la singolarità nel punto $P = (0,0)$

Esercizio 3. Sia $X \subset \mathbb{R}^3$ il cilindro definito da

$$x^2 + y^2 = 1$$

Sia $p \in X$ il punto di coordinate $(0,1,0)$
Calcolare l' omologia singolare di $X \setminus \{p\}$
Indicare un altro spazio topologico omotopicamente equivalente a $X \setminus \{p\}$.

Esercizio 4. Sia X una superficie di Riemann compatta di genere 3 , $P_1, P_2 \in X$ due punti, spiegare perché l'affermazione:Esiste una funzione meromorfa f, non costante, con poli semplici solo in P_1 e P_2 non è sempre vera

Esercizio 5. Si consideri la curva

$$C = \{[X,Y,Z] \in \mathbb{P}^2\mathbb{C} \mid Y^4 = X^4 - Z^4\}.$$

Sia $P = [1,0,1]$, $Q = [1,1,0]$, poniamo $X = C \setminus \{P,Q\}$, calcolare $H_k(X,\mathbb{C})$