IGS a.a. 14/15.
Prova scritta 15/06/15.

Esercizio 1. Sia $C \subset \mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ la curva algebrica di equazione

$$F(X,Y,Z) = XYZ^4 + X^6 + Y^6$$

Trovare i punti singolari della curva.

Sia S la superficie di Riemann associata alla curva algebrica. Si consideri la funzione meromorfa indotta da $\frac{X}{Y}$, se ne calcolino i punti di ramificazione . Usare la formula di Hurwitz per determinare il genere di S.

Esercizio 2. Si consideri la curva

$$C = \{[X,Y,Z] \in \mathbb{P}^2\mathbb{C} \mid Y^4 = X^4 - Z^4\}.$$

Sia $P = [1,0,1]$, poniamo $X = C \setminus P$

Calcolare $H_k(X, \mathbb{C})$

Esercizio 3. Sia X una superficie di Riemann compatta di genere g. Per ogni divisore effettivo $D > 0$ su X mostrare che

$$|D| \leq \text{deg} D.$$

Verificare che l' uguagianza vale $\iff g = 0$.

Esercizio 4 Sia $X = \mathbb{C}/ < 1, i >$

Sia $x \in X$ il punto $x = [i/2]$

Calcolare la dimensione di $L(2x)$.

Scrivere esplicitamente una base di $L(2x)$.

Esercizio 5. Calcolare l' omologia a coefficienti in $\mathbb{R}$ dello spazio topologico

$$X = \mathbb{R}^3 \setminus \{(x,y,z)/y = x^2, z = x^3\}.$$