IGS a.a. 14/15.
Prova scritta 11/11/15.

Esercizio 1. Sia $C \subset \mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ la curva algebrica di equazione

$$Y^2Z + X^3 + Z^3 = 0$$

Verificare che la curva è non singolare.Dare un' applicazione di grado 2

$$f : C \to \hat{\mathbb{C}}$$

Esercizio 2 Si consideri la curva

$$C = \{[X, Y, Z] \in \mathbb{P}^2\mathbb{C} \mid Z(Y^2Z - X^3 - Z^3) = 0\}.$$

Calcolare $H_k(C, \mathbb{C})$.

Esercizio 3. Esercizio 2. Si consideri la curva

$$C = \{[X, Y, Z] \in \mathbb{P}^2\mathbb{C} \mid X^2Y^3 + YZ^4 + Z^5 = 0\}.$$

Trovare i punti singolari della curva C.Desingolarizzare la curva C.

Sia X la superficie di Riemann compatta associata alla curva C Si usi l' applicazione

$$X \to \hat{\mathbb{C}}$$

data da $= \frac{X}{Y}$ per calcolare il genere di X

Esercizio 4. Sia $X = \mathbb{P}^1(\mathbb{C}) = \hat{\mathbb{C}}$, Assegnati i punti

$$p_0 = [0, 1] = 0,\ p_1 = [1, 1] = 1,\ p_2 = [1, 0] = \infty,$$

calcolare la dimensione di $L(2p_0 + 2p_1 - 2p_2)$.
Scrivere esplicitamente una base di $L(2p_0 + 2p_1 - 2p_2)$.

Esercizio 5. Calcolare l' omologia a coefficienti in $\mathbb{R}$ dello spazio topologico

$$X = \mathbb{R}^3 \setminus \{(x, y, z)/x^2 + y^2 = 1\}.$$