

Variabile Complessa
Esercizi 5

Esercizio 1. Calcolare il residuo della funzione $f(z) = \frac{1}{(z^2+1)^3}$ nel punto $z_0 = i$.

Esercizio 2. Calcolare il residuo a $z = 0$ delle seguenti funzioni

$$\frac{e^z}{z^{17}}, \quad \frac{\cos z}{z^3}, \quad \frac{e^{z^2} - 1}{z^3}$$

Esercizio 3. Trovare tutte le singolarità di

$$\frac{1}{1 + e^z}$$

Calcolare i residui in tali punti.

Esercizio 4. Verificare direttamente, oppure usando la derivata logaritmica, che $h(z) = \pi \cot z$ ha poli semplici in $z = k \in \mathbb{Z}$.

Esercizio 5. Trovare quanti zeri ha il polinomio $z^4 + 6z + 3$ nel disco $D_2(0)$ e nella corona circolare $\mathcal{A}_{1,2}$.

Esercizio 6. Trovare quanti zeri ha il polinomio $2z^4 - 5z + 2$ nel dominio $|z| > 1$.

Esercizio 7. Sia $c > 1$ Verificare che l'equazione $e^{-z} + z = c$ ha nel dominio $D = \{z \in \mathbb{C} / \operatorname{Re} z > 0\}$ un' unica soluzione che è reale