

Geometria Analitica. a.a. 09/10.

Esercizi del 2/12/09

Esercizio 1. Siano X e Y spazi topologici e siano A, B sottinsiemi rispettivamente di X e Y . Sia $X \times Y$ lo spazio prodotto. Verificare se

$$(A \times B)^0 = A^0 \times B^0, \quad \overline{A \times B} = \overline{A} \times \overline{B}$$

Esercizio 2.

Sia \mathbb{K} un campo, $n > 0$ un intero e indichiamo con $\mathbb{K}[x_1, \dots, x_n]$ l'anello dei polinomi in n variabili. Per ogni $p(x_1, \dots, x_n)$ definiamo in \mathbb{K}^n il sottinsieme

$$D(p) = \{(a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{K}^n / p(a_1, \dots, a_n) \neq 0\}$$

Verificare che gli insiemi $D(p)$ sono una base per una topologia, detta topologia di Zariski

Verificare che la topologia di Zariski non è di Hausdorff

Verificare che il prodotto della topologia di Zariski di \mathbb{K}^n e quella di \mathbb{K}^m non è la topologia di Zariski di \mathbb{K}^{n+m}

Esercizio 3 . Sia $f : X \rightarrow Y$ continua, Y di Hausdorff, Provare che il grafico

$$\Gamma = \{(x, f(x)) \in X \times Y / x \in X\}$$

è chiuso nel prodotto.