

Geometria Analitica. a.a. 09/10.

Esercizi del 24/11/09

Esercizio 1. Verificare se su un insieme formato da 2 punti esistono esattamente 4 strutture topologiche

Verificare se su un insieme finito punti il numero di insiemi aperti è pari.

Esercizio 2. Per ogni coppia di numeri interi a, b con $b > 0$ poniamo

$$N_{a,b} = \{x = a + bk, k \in \mathbb{Z}\}$$

Dimostrare che la famiglia

$$\mathcal{B} = \{N_{a,b}/a, b \in \mathbb{Z}, b > 0\}$$

è una base di una topologia su \mathbb{Z} .

Verificare che ogni $N_{a,b}$ è aperto e chiuso

Denotiamo con P l'insieme dei numeri primi. Verificare che

$$\mathbb{Z} = \{1, -1\} \cup \bigcup_{p \in P} N_{0,p}$$

Dedurre che i numeri primi sono infiniti

Esercizio 3. Siano A, B sottinsiemi di uno spazio topologico. Verificare che

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

Esercizio 4. Sul piano \mathbb{R}^2 si consideri la famiglia formata da \emptyset , da \mathbb{R}^2 e dai dischi aperti di raggio $r > 0$, i.e.

$$D_r = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 < r\}$$

Determinare che si tratta di una topologia e determinare la chiusura dell'insieme $\{xy = 1\}$.