

Geometria Analitica. a.a. 09/10.

Esercizi del 23/10/09

Esercizio 1. Nello spazio proiettivo $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ determinare un' equazione cartesiana e un' equazione parametrica della retta passante per i punti

$$[1, -1, 0], \quad [1, i, 2i].$$

Verificare che i punti

$$A = [1, 2, 2], \quad B = [1, 2, 3], \quad C = [3, 6, 7]$$

sono allineati

Esercizio 2. Nello spazio proiettivo $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ siano π il piano di equazione:

$$X_0 + X_1 - X_2 + 2X_3 = 0,$$

r la retta di equazioni cartesiane

$$2X_0 - X_1 - X_2 + X_3 = 0$$

$$X_0 + 2X_1 - X_2 - X_3 = 0$$

e s la retta di equazioni parametriche

$$X_0 = t + u, \quad X_1 = 2t - u, \quad X_2 = -t, \quad X_3 = u.$$

2.1 Verificare che le due rette sono sghembe e che il piano π non contiene nessuna delle due rette.

2.2 Trovare equazioni parametriche della retta r' che interseca sia r che s ed è contenuta in π .

L'esercizio appena assegnato è un caso particolare del seguente enunciato:

Siano r e s due rette sghembe e π un piano che non contiene nessuna delle due rette; allora esiste un' unica retta r' che interseca sia r che s ed è contenuta in π .

2.3 Trovare il duale del precedente enunciato. (in seguito)

Esercizio 3. Nello spazio proiettivo $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ date due rette sghembe r e s e un punto $P \notin (r \cup s)$, verificare che esiste un' unica retta t contenente P e incidente sia r che s

Esercizio 4. Nello spazio proiettivo $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ determinare un' equazione cartesiana e un' equazione parametrica del piano passante per i punti

$$A = [1, 2, 2, 0], \quad B = [1, 2, 3, 1], \quad C = [3, 1, -1, 0]$$