Geometria Analitica. a.a. 09/10
Esercizi del 19/10/09

Esercizio 1. Spazio euclideo con riferimento cartesiano ortonormale $RC(O, \underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ fissato e coordinate associate (x, y, z). Determinare la forma canonica *metrica* della quadrica di equazione cartesiana

$$9x^2 + 6y^2 + 15z^2 - 4xy + 2x + 4y - 12\sqrt{5}z + 8 = 0$$

Esercizio 2. Sia $V = \mathbb{R}_2[t]$ lo spazio vettoriale dei polinomi di grado ≤ 2 e $< p(t), q(t) >$ il prodotto scalare definito da $p(0)q(0) + p(1)q(1) - p(-1)q(-1)$.
2.1 Verificare che il prodotto scalare è non degenere
2.2 Determinarne la segnatura.

Esercizio 3. Piano euclideo $\mathcal{E}^2(\mathbb{R})$ con coordinate x, y rispetto ad un fissato sistema di riferimento cartesiano. Si consideri la conica $\mathcal{C}$ di equazione

$$x^2 + 4xy + y^2 + 2y + 1 = 0.$$

3.1. Verificare che $\mathcal{C}$ è un' iperbole.
3.2. Determinare un' isometria f di $\mathcal{E}^2(\mathbb{R})$ in modo tale che $f(\mathcal{C})$ abbia forma canonica metrica.
3.3. Trovare il centro di simmetria, asintoti e fuochi di $\mathcal{C}$ nelle coordinate x, y.

Esercizio 4. Piano affine $\mathcal{A}^2(\mathbb{R})$ con coordinate X, Y rispetto ad un fissato sistema di riferimento affine.Classificare le seguenti coniche

$$2Y^2+2\sqrt{3}XY-2\sqrt{3}X+2Y = 5, \quad 2X^2+4XY+5Y^2 = 12, \quad X^2+Y^2+2XY+\frac{3}{2}X+\frac{3}{2}Y = 1$$

Esercizio 5. Sia $V = \mathbb{R}_2[t]$ lo spazio vettoriale dei polinomi di grado ≤ 2 e $< p(t), q(t) >$ il prodotto scalare definito da $p(0)q(0) - p(2)q(2)$.
5.1 Verificare se il prodotto scalare è non degenere
5.2 Determinarne la segnatura.

Esercizio 6. Piano euclideo $\mathcal{E}^2(\mathbb{R})$ con coordinate x, y rispetto ad un fissato sistema di riferimento cartesiano. Si consideri la conica $\mathcal{C}$ di equazione

$$2x^2 + 5y^2 + 4xy + 4x + 13y - \frac{1}{4} = 0 \tag{1}$$

6.1. Verificare che $\mathcal{C}$ è un'ellisse
6.2. Determinare un cambiamento di coordinate cartesiane che porti $\mathcal{C}$ nella sua forma canonica metrica.
6.3. Determinare l'equazione cartesiana del semiasse maggiore nelle coordinate x, y.