Geometria Analitica. a.a. 09/10.

Esercizi del 11/01/10

Esercizio 1.
Sia ..... $\subset A_n \subset A_{n-1} \subset \ldots A_2 \subset A_1$ una famiglia numerabile di sottinsiemi connessi di uno spazio topologico X.
Dire se $\bigcap_{i\in\mathbb{N}} A_i$ è connesso.

Esercizio 2. Topologia euclidea. Sia $f : S^n \to \mathbb{R}$ un ' applicazione continua. Verificare che esiste $x \in S^n$ tale che $f(x) = f(-x)$.In particolare f non può essere iniettiva.

Nota: Ovviamente l' ultima affermazione è falsa nel caso in cui vengano considerate applicazioni $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$. Dove è la differenza?
siste un numero reale $r < 1$ tale che $D^n = U \cup S^{n-1}$

Esercizio 3.
Verificare se il gruppo $SL(n,\mathbb{R}) \subset M(n,\mathbb{R})$ non è compatto

Esercizio 4. Sia $f\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ un omeomorfismo di ordine finito , i.e $f^p = id$. Verificare che ammette almeno un punto fisso. Sugg: Siano

$$b = max(0,\ f(0),\ f^2(0),\ \ldots f^{p-1}(0))$$

e $a = f^{-1}(b)$; considerare f come applicazione definita in $[a, b]$.

Esercizio 5. Dimostrare che

$$X = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y = 0\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 = 1\, \mathrm{e} y \leq 0\}$$
$$Y = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y = 0\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + (y-1)^2 = 1\}$$

non sono omeomorfi . Sugg: Vedere cosa succede se si toglie un punto

Esercizio 6. Si considerino in $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$ i punti

$$a = [1,1],\ b = [1,0],\ c = [0,1],\ d = [3,1],$$

Calcolare $\beta(a, b, c, d)$

Determinare la proiettività $\phi : \mathbb{P}^1(\mathbb{R}) \to \mathbb{P}^1(\mathbb{R})$ tale che

$$\phi(a) = b,\ \phi(b) = a,\ \phi(c) = d$$

Verificare che $\phi(d) = c$ e $\phi^2 = id$

Esercizio 7. Verificare che i punti

$$P_0 = [0,1,2],\ P_1 = [1,0,1],\ P_2 = [1,1,0],\ P_3 = [1,1,1]$$

sono un sistema di riferimento di $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$
Siano r e s le rette determinate rispettivamente dai punti P_0, P_1 e P_2, P_3. Indichiamo con $P \in r$ il punto intersezione. Per ogni altro punto $Q \in r$ determinare

$$\beta(P_0, P_1, P, Q)$$