

ESONERO di Istituzioni Geometria Superiore a.a.19/20.

Esercizio 1. Si consideri la curva

$$C = \{[X, Y, Z] \in \mathbb{P}^2\mathbb{C} \mid Y^4 = X^3Z - Z^4\}.$$

Verificare che C è non singolare.

Verificare se C è diffeomorfa a $S^1 \times S^1$.

Esercizio 2. In \mathbb{R}^4 si consideri l'insieme $X = \{(x, y, z, w) \mid x^2 + y^2 = 1\} \setminus (0, 1, 3, 2)$.
Calcolare $H_k(X, \mathbb{R})$.

Esercizio 3. Calcolare l'omologia a coefficienti in \mathbb{R} degli spazi topologici

$$X = \mathbb{S}^4 \setminus \mathbb{S}^2.$$

$$Y = \mathbb{R}^4 \setminus \mathbb{S}^2.$$

Esercizio 4. Si consideri in $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ la curva \mathcal{C} di equazione

$$y^2 z^2 = x^2(x^2 - z^2).$$

Trovare i punti singolari di \mathcal{C} .

Risolvere le singolarità calcolando, per ogni punto, il numero degli scoppamenti necessari e i punti presenti nella fibra.

Esercizio 5. Descrivere lo spazio tangente a $SL(2, \mathbb{R})$ nel punto

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Descrivere lo spazio tangente a $O(3, \mathbb{R})$ nel punto

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$