Superfici di Riemann a.a. 16/17.
Esonero 13/01/17.

Esercizio 1. Si consideri la curva

$$C = \{[X, Y, Z] \in \mathbb{P}^2\mathbb{C} \mid X^3 + Y^3 - Z^3\} = 0.$$

Si consideri su C la funzione meromorfa $g = \frac{(Y-Z)}{X}$, calcolare i poli e gli zeri di g. Si consideri g come applicazione. Trovare i punti di ramificazione e verificare la formula di Hurwitz

Esercizio2. Sia $p \in X = \mathbb{C}/\Lambda$ un punto di una superficie di Riemann compatta di genere 1. Verificare che il divisore $4p$ induce un'immersione regolare di X in $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$. Verificare che l'immagine di X è contenuta nell'intersezione di 2 quadriche.

Esercizio 3. Sia $X = \mathbb{P}^1(\mathbb{C}) = \hat{\mathbb{C}}$, $p_1 = [0, 1] = 0$, $p_2 = [1, 0] = \infty$.
Calcolare la dimensione di $L(p_1 + 2p_2)$.
Scrivere esplicitamente una base di $L(p_1 + 2p_2)$.

Esercizio 4. Sia X la superficie di Riemann compatta associata alla curva C di equazione

$$y^6 = x^5 - x^4.$$

1) Desingolarizzare la curva C.
2) Dimostrare che X è iperellittica.

Esercizio 5. Sia C la superficie di Riemann della curva algebrica piana

$$C_0 = \{(x, y)/x^5 + y^4 - y = 0\}.$$

Calcolare il genere di C.
Sia $P = (0, 0) \in C_0 \subset C$, Verificare che $10P$ è un divisore canonico
Calcolare $l(nP)$, $n = 1, \ldots, 11$

Esercizio 5.bis Sia $X \subset \mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ definito da

$$Z(X^2 + Y^2 + Z^2) = 0$$

Calcolare l' omologia singolare di X.