Geometria. a.a. 2013-14, Gruppo: Pf- Z

Prova scritta del 23 Gennaio 2014

Esercizio 1. Nello spazio euclideo $\mathbb{E}^3$ si consideri la retta r di equazione

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Scrivere l' equazione cartesiana del piano ortogonale alla retta r e passante per il punto $P \equiv (1, 0, 0)$.
Scrivere l' equazione cartesiana della retta parallela alla retta r e passante per il punto P.

Esercizio 2. Sia $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l' operatore associato alla matrice

$$A = \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix};$$

Verificare se T è diagonalizzabile o triangolarizzabile

Esercizio 3. Sia

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix};$$

Dire perché A è diagonalizzabile.
Calcolare una base ortonormale di autovettori

Esercizio 4. Nello spazio delle matrici reali $2x2$ $M_2(\mathbb{R})$ sia definito il prodotto scalare definito positivo

$$< A, B >= tr(A^T B).$$

Sia T l' operatore definito da

$$T(A) = A + A^T$$

verificare che T è simmetrico
Trovare gli autovettori di T