IGS a.a. 14/15.
Prova esonero 16/01/15.

Esercizio 1. Si consideri la curva
$$C = \{[X, Y, Z] \in \mathbb{P}^2\mathbb{C} \mid Z^2 + X^2 + XY = 0\}.$$
Verificare che C è non singolare
Dare un isomorfismo esplicito con $\hat{\mathbb{C}}$

Esercizio 2. Si considerino le superfici di Riemann S e S' di genere rispettivamente $g+1$ e g .
Verificare per quali valori di $g \geq 1$ è possibile avere un' applicazione analitica non costante
$$f : S \to S'.$$
In tutti i casi possibili descrivere la ramificazione.

Esercizio 3. Sia $X = \mathbb{P}^1(\mathbb{C}) = \hat{\mathbb{C}}$, Assegnati i punti
$$p_0 = [0, 1] = 0,\ p_1 = [1, 1] = 1,\ p_2 = [1, 0] = \infty,$$

calcolare la dimensione di $L(p_0 + p_1 - p_2)$.
Scrivere esplicitamente una base di $L(p_0 + p_1 - p_2)$.

Esercizio 4 Sia X la superficie di Riemann compatta associata alla curva C di equazione
$$y^3 = (x^2 - 1)(x^3 + 1).$$
1) Proiettivizzare e desingolarizzare la curva C.
2) Sia $\pi_x : X \to \mathbb{P}^1(\mathbb{C})$ la proiezione, calcolare il grado di π_x e il genere di X.
3) Siano p, q due punti di ramificazione di π_x. Verificare che i divisori $3p$ e $3q$ sono linearmente equivalenti.

Esercizio 5 Si consideri la curva
$$C = \{[X, Y, Z] \in \mathbb{P}^2\mathbb{C} \mid X^4 - Y^4 + Z^4 = 0\}.$$
Sia $p = [0, i, 1]$, . Calcolare $l(np)$ per $n \geq 0$.