

Geometria Analitica- Prova scritta

Cognome Lb-Z

22 Giugno 2010

Esercizio 1. Sia V lo spazio vettoriale generato dalle funzioni continue 1 , $\cos t$, $\sin t$ e $\langle f(t), g(t) \rangle$ il prodotto scalare definito da

$$\int_0^\pi f(t)g(t)$$

Verificare se il prodotto scalare è definito positivo

Esercizio 2. Nello spazio proiettivo $\mathbb{P}^3(\mathbb{R})$ determinare equazioni cartesiane e parametriche della retta passante per il punto $[1, -1, 0, 1]$ e per il punto improprio della retta affine

$$X + Y = 1, Z = 0$$

Esercizio 3 . Determinare la proiettività f di $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$ che soddisfa le seguenti condizioni:

$$f([1, 1]) = [0, 1], f([0, 1]) = [2, 1], f([2, 1]) = [1, 1]$$

Verificare se esistono punti fissati dalla proiettività f .

Esercizio 4. Siano A e B sottinsiemi di uno spazio topologico X . Verificare che

$$(A \cap B)^0 = A^0 \cap B^0$$

Esercizio 5. Dimostrare che

$$X = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y = 0\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 = 1\}$$

$$Y = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 = 1\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + (y - 1)^2 = 1\}$$

con topologia euclidea indotta non sono omeomorfi .