<u>Esercizio 6</u>: Trovare una forma differenziale ω tale che $\omega\wedge\omega \neq 0$.
$\omega \in \mathcal{E}^k(M)$

Soluzione: $\omega\wedge\omega = (-1)^{k^2}\omega\wedge\omega$ quindi k necessariamente pari

In ogni caso il problema è locale quindi possiamo prendere $M = \mathbb{R}^n$.

Soluzione banale $\omega = f \in \mathcal{E}^0(\mathbb{R}^n)$
$f^2 \neq 0$. Assumiamo $k \geq 1$.

Caso più semplice $k = 2$.

$\omega = dx_1\wedge dx_2 + dx_3\wedge dx_4$.

$\omega\wedge\omega = 2\, dx_1\wedge dx_2\wedge dx_3\wedge dx_4$.

<u>Esercizio 7</u> In $\mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ consideriamo la forma differenziale $\mu = \sum_i x_i dx_i$

Dimostrare che esiste una $n-1$ forma differenziale ω t.c. $\mu\wedge\omega = dx_1\wedge\ldots\wedge dx_n$.