

D'altra parte

$$T_g(G) = (Lg)_* T_I G.$$

Sappiamo che $T_I(SL(2, \mathbb{R})) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix}$

Adesso $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & -a \\ -a & -b \end{pmatrix}$

Esercizio 3 Calcolare lo spano T_g alle

matrice $P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in O(3, \mathbb{R})$

Direttamente

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -b & -c & 0 \\ -a & 0 & c \\ 0 & -a & -b \end{pmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \left({}^t(P+tA)(P+tA) \right) \Big|_{t=0} = {}^tAP + {}^tPA$$

Ottendiamo se $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ ${}^tAP + {}^tPA$

$$\downarrow \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ h & 0 & -b \\ 0 & h & a \end{pmatrix}$$