

IGS a.a. 14/15.

Prova scritta 02/02/15.

Esercizio 1. Si consideri la curva

$$C = \{[X, Y, Z] \in \mathbb{P}^2\mathbb{C} \mid Y^4 = X^3Y - Z^4\}.$$

a) Si consideri la funzione meromorfa $\frac{X}{Y}$. Se ne calcolino i punti di ramificazione e si determini il genere di C .

Esercizio 2. Sia $X = \mathbb{C}/\Lambda \setminus \{p, q\}$, i.e il toro complesso privato di due punti.

Calcolare $H_k(X, \mathbb{R})$

Esercizio 3. Sia X una superficie di Riemann compatta di genere g . Verificare che esiste sempre un' applicazione analitica $f : X \rightarrow \mathbb{P}^1(\mathbb{C})$ di grado minore o uguale a $g + 1$.

Verificare che X è isomorfa ad una curva in $\mathbb{P}^{g+1}(\mathbb{C})$ di grado $2g + 1$.

Esercizio 4 Sia $X = \mathbb{P}^1(\mathbb{C}) = \hat{\mathbb{C}}$, $p_1 = [0, 1] = 0$, $p_2 = [1, 0] = \infty$.

Calcolare la dimensione di $L(p_1 + p_2)$.

Scrivere esplicitamente una base di $L(p_1 + p_2)$.

Esercizio 5. Calcolare l' omologia a coefficienti in \mathbb{R} dello spazio topologico

$$X = \mathbb{R}^3 \setminus S^2$$