

Geometria. a.a. 2013-14, Gruppo: Pf- Z

Prova scritta del 29 Gennaio 2014

Esercizio 1. Trovare una base ortonormale rispetto al prodotto scalare standard del sottospazio W di \mathbb{R}^4 generato dai vettori

$$\begin{cases} v_1 = (1, 2, 0, -1), \\ v_2 = (3, -1, 2, 1) \\ v_3 = (-4, 13, -6, -8) \end{cases}$$

Trovare equazioni cartesiane del sottospazio U ortogonale a W

Esercizio 2. Verificare se la matrice

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & -2 \\ -2 & 5 & -3 \\ -2 & 4 & -2 \end{vmatrix};$$

è diagonalizzabile

Esercizio 3. Determinare l'equazione cartesiana del piano π contenente la retta r di equazioni

$$x = 1 + t, y = -t, z = 2 + 2t$$

e passante per il punto $P = (1, 0, 3)$.

Calcolare la distanza di π dal punto $Q = (2, -1, 2)$

Esercizio 4. Nello spazio delle matrici reali $M_2(\mathbb{R})$ sia definito il prodotto scalare definito positivo

$$\langle A, B \rangle = \text{tr}(A^T B).$$

Sia T l'operatore definito da

$$T(A) = -A^T$$

verificare che T è ortogonale

Trovare gli autovettori di T