

MATEMATICA III a.a. 2014-2015

Esercizi di ricèpilogo sulla prima parte

1) Trovare il dominio delle seguenti funzioni, disegnarlo nel piano xy e dire se è aperto, chiuso, limitato.

$$\begin{aligned}f(x, y) &= \arcsin(xy - y - 2x) \\g(x, y) &= \frac{\sqrt[2]{(x^2 - 2x - y)(x^2 - 2x + y)}}{(2x - 3)^2 + (2y - 1)^2} + \ln \frac{x + 1}{2 - x}\end{aligned}$$

2) Sia

$$f(x, y) = \frac{\arctg(x^2 - xy)}{x^2(x^2 - y^2)}$$

determinare il dominio e calcolare se esistono i limiti di $f(x,y)$ per $(x,y) \rightarrow (0,0)$ e per $(x,y) \rightarrow (1,1)$

3) Data la funzione

$$f(x, y) = y\sqrt{|x|} + 2x$$

i) dimostrare che f è differenziabile in $(0,0)$ e scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f in $(0,0,0)$,

ii) per quali valori $(x, y) \neq (0,0)$ esistono entrambe le derivate parziali f_x , e f_y ?

4) Sia

$$f(x, y) = \frac{[\cos(x + y) - e^{x+y}]\text{sen}(x - y)}{x^2 - y^2}$$

determinare

a) il dominio di f

b) il più grande insieme in cui f è prolungabile per continuità

c) il prolungamento

5) Determinare i coseni direttori della retta normale alla superficie grafico della funzione $f(x, y) = x^y$ nel punto $(1,1,1)$.

6) Scrivere il polinomio di Taylor di terzo grado di punto iniziale $(0,0)$ delle funzioni:

$$f(x, y) = 2x + x^3 - y + y^3 + 3x^4 - 4y^2x^2 \quad g(x, y) = \sin(2x + y)$$

7) Siano

$$f(x, y) = x^3 + 3x^2 + 4xy + y^2 \quad g(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2y^2), \quad h(x, y) = x^3y^2(6 - x - y)$$

determinare i punti critici di f , di g e di h e stabilirne la natura.