

MATEMATICA III a.a. 2014-2015

Esercizi di ricèpilogo sulla prima parte

1) Trovare il dominio delle seguenti funzioni, disegnarlo nel piano xy e dire se è aperto, chiuso, limitato.

$$\begin{aligned}f(x, y) &= \arcsin(xy - y - 2x) \\g(x, y) &= \frac{\sqrt[2]{(x^2 - 2x - y)(x^2 - 2x + y)}}{(2x - 3)^2 + (2y - 1)^2} + \ln \frac{x + 1}{2 - x}\end{aligned}$$

2) Sia

$$f(x, y) = \frac{\arctg(x^2 - xy)}{x^2(x^2 - y^2)}$$

determinare il dominio e calcolare se esistono i limiti di  $f(x, y)$  per  $(x, y) \rightarrow (0, 0)$  e per  $(x, y) \rightarrow (1, 1)$

3) Data la funzione

$$f(x, y) = y\sqrt{|x|} + 2x$$

i) dimostrare che  $f$  è differenziabile in  $(0, 0)$  e scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  in  $(0, 0, 0)$ ,

ii) per quali valori  $(x, y) \neq (0, 0)$  esistono entrambe le derivate parziali  $f_x$ , e  $f_y$ ?

4) Sia

$$f(x, y) = \frac{[\cos(x + y) - e^{x+y}]\text{sen}(x - y)}{x^2 - y^2}$$

determinare

a) il dominio di  $f$

b) il più grande insieme in cui  $f$  è prolungabile per continuità

c) il prolungamento

5) Determinare i coseni direttori della retta normale alla superficie grafico della funzione  $f(x, y) = x^y$  nel punto  $(1, 1, 1)$ .

6) Scrivere il polinomio di Taylor di terzo grado di punto iniziale  $(0, 0)$  delle funzioni:

$$f(x, y) = 2x + x^3 - y + y^3 + 3x^4 - 4y^2x^2 \quad g(x, y) = \sin(2x + y)$$

7) Siano

$$f(x, y) = x^3 + 3x^2 + 4xy + y^2 \quad g(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2y^2), \quad h(x, y) = x^3y^2(6 - x - y)$$

determinare i punti critici di  $f$ , di  $g$  e di  $h$  e stabilirne la natura.