

**Corso di Laurea in Fisica
Corso di Geometria. Canale 3.**

Anno Accademico 2013-14. Prof. Paolo Piazza.

Programma d'esame.

Avvertenza: il testo adottato è *Geometria Analitica con elementi di algebra lineare* di Marco Abate e Chiara de Fabritiis, edito da McGraw-Hill. Le referenze bibliografiche si riferiscono alla **seconda edizione** di questo testo.

I paragrafi sono da considerarsi nella loro interezza se non specificato diversamente.

Sulla pagina Web

<http://www1.mat.uniroma1.it/people/piazza/geofis13-14.htm>

sono disponibili i complementi, le note e gli esercizi distribuiti durante il corso; *tutto questo materiale è parte integrante del corso.*

Logica elementare.

Per la parte di logica elementare vedere le note a cura del docente (Preliminari di logica elementare) disponibili sulla pagina Web del corso (Prima Settimana).

Vettori geometrici. Vettori applicati. Coordinate. Equazioni di rette e piani.

Capitolo 2. Paragrafi 2.1, 2.2, 2.3.

Vettori liberi.

Capitolo 2. Paragrafo 2C.1.

L'eliminazione di Gauss. Esempi e definizioni. Sistemi triangolari superiori. Il metodo di eliminazione di Gauss.

Capitolo 3. Paragrafi 3.1, 3.2, 3.3.

Spazi vettoriali. Spazi e sottospazi. Combinazioni lineari. Indipendenza lineare e basi. Esistenza delle basi (dimostrazione facoltativa). Teorema del completamento (dimostrazione facoltativa). Somma e intersezione di sottospazi. Formula di Grassmann (dimostrazione facoltativa). Somme dirette.

Capitolo 4. Paragrafi 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6.

Applicazioni lineari. Definizioni ed esempi. Proiezioni. Simmetrie. Nucleo e immagine. Teorema della dimensione. Teorema di Rouché-Capelli.

Capitolo 5. Paragrafi 5.1, 5.2 fino al Corollario 5.9 compreso. Per le Prop. 5.11 e 5.12: solo enunciato e solo il caso reale. Per proiezioni e simmetrie: vedere il quattordicesimo compito a casa e relativa soluzione ed anche il quindicesimo e relativa soluzione.

Sistemi lineari. Sistemi a scala. Riduzione a scala. Tecniche di calcolo. Equazioni parametriche e cartesiane. Sottospazi affini.

Capitolo 6. Paragrafi 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5.

Matrici e applicazioni lineari. Composizione e isomorfismi. Prodotto di matrici. Matrici invertibili.

Capitolo 7. Paragrafi 7.1, 7.2, 7.3. Dimostrazione delle Proposizioni 7.4 e 7.5 facoltativa.

Cambiamenti di base. Matrice di cambiamento di base. Matrice associata ad un'applicazione lineare. Matrici simili. Magiche notazioni

Capitolo 8. Paragrafi 8.1, 8.2. Dimostrazione Prop. 8.1: facoltativa. Note a cura del docente per "magiche notazioni" (pagina web del corso, dodicesima settimana).

Determinanti. Esistenza e unicità (la dimostrazione del teorema 9.5 è facoltativa). Sviluppi di Laplace (dimostrazioni facoltative). Teorema di Binet (dimostrazione facoltativa). Teorema di Cramer (dimostrazione facoltativa). Teorema degli orlati (dimostrazione facoltativa).

Capitolo 9. Paragrafi 9.1, 9.2, 9.3, 9.4.

Prodotto scalare in \mathcal{V}_O . Definizione e proprietà del prodotto scalare in \mathcal{V}_O . Condizioni di ortogonalità. Angoli. Proiezioni ortogonali. Simmetrie ortogonali. Ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Isometrie di \mathcal{V}_O . Il gruppo ortogonale. Il gruppo ortogonale speciale. Prodotto vettoriale.

Appunti di geometria euclidea (note a cura del docente, reperibili nella pagina web del corso (undicesima settimana)).

Prodotti scalari e spazi vettoriali metrici.

- (1) Prodotti scalari in uno spazio vettoriale V .
- (2) Esempi: prodotto scalare canonico, prodotti scalari in \mathbb{R}^n definiti da matrici simmetriche, prodotto scalare L^2 . Altri esempi.
- (3) Spazi vettoriali metrici
- (4) Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Disuguaglianza triangolare. Distanza. Angoli. (Dimostrazioni facoltative)
- (5) Basi ortogonali. Gram-Schmidt (dimostrazione facoltativa)
- (6) Proiezioni ortogonali
- (7) Cambiamenti di basi ortonormali. Gruppo ortogonale.

Capitolo 11. Def. 11.2 e Def. 11.3. Esem. 11.1 (con def. 11.1). Esempi 11.2, 11.6, 11.7. 11.8. Def. 11.7 e Def. 11.9, Esem. 11.9, Prop. 11.2 (dimostrazione facoltativa), Oss. 11.5 e 11.6, Def 11.10 e 11.11, Lemma 11.3, Def. 11.12 e 11.13, Prop. 11.4, Cor. 11.5, Teo. 11.6 (dimostrazione facoltativa), Prop. 11.9, Def. 11.14, Def. 11.15, Lemma 11.10, Prop. 11.11. Per il punto (7) procedere come nel caso di \mathcal{V}_O .

Autovalori ed autovettori. Definizioni ed esempi. Polinomio caratteristico. Molteplicità. Diagonalizzabilità.

Tutto il capitolo 13.

Teorema spettrale Basi ortonormali di autovettori. Teorema spettrale (con dimostrazione).

Note del docente "Note sul teorema spettrale" (tredicesima settimana).

Teorema di Sylvester Forme bilineari simmetriche. Nucleo. Forme bilineari (semi)definite positive, negative, indefinite. Matrice associata ad una forma bilineare simmetrica in una data base. Matrici congruenti. Teorema di Sylvester (con dimostrazione).

Def. 11.4, 11.5, 11.6. Lemma 11.16. Note del docente "Diagonalizzazione delle forme bilineari simmetriche" (quattordicesima settimana).

Geometria Affine. Riferimenti affini. Rette, piani, condizioni di appartenenza, parallelismo, complanarità. Sistemi di riferimento affini. Cambiamento di riferimento affine.

Appunti di geometria affine (note a cura del docente) + Sezione 10.7.

Geometria euclidea. Riferimenti cartesiani ortonormali. Cambiamento di riferimento cartesiano. Angoli e ortogonalità. Angolo fra due rette orientate. Angolo fra due piani orientati. Angolo retta-piano. Distanza fra due punti. Distanza punto-retta. Distanza punto-piano. Distanza retta-retta. (solo definizioni). Prodotto misto. Volume di un parallelepipedo.

Capitolo 12. Paragrafi 12.1, 12.2.