

Corso di Laurea in Fisica. Corso di Geometria

Programma d'esame.

Anno Accademico 2012-13. Prof. Paolo Piazza.

Avvertenza: il testo adottato è *Geometria Analitica con elementi di algebra lineare* di Marco Abate e Chiara de Fabritiis, edito da McGraw-Hill. Le referenze bibliografiche si riferiscono alla seconda edizione di questo testo. *I paragrafi sono da considerarsi nella loro interezza se non specificato diversamente.*

Sulla pagina Web

<http://www.mat.uniroma1.it/people/piazza/geo-fis-12-13.htm>

sono disponibili i complementi, le note e gli esercizi distribuiti durante il corso; *tutto questo materiale è parte integrante del corso.*

Logica elementare.

Per la parte di logica elementare vedere le "note a cura del docente" disponibili sulla pagina Web (prima settimana).

Vettori geometrici. Vettori applicati. Coordinate. Equazioni di rette e piani.
Capitolo 2. Paragrafi 2.1, 2.2, 2.3. Dimostrazione Proposizione 2.1 facoltativa.

Vettori liberi.

Capitolo 2. Paragrafo 2C.1.

L'eliminazione di Gauss. Esempi e definizioni. Sistemi triangolari superiori. Il metodo di eliminazione di Gauss.

Capitolo 3. Paragrafi 3.1, 3.2, 3.3.

Spazi vettoriali. Spazi e sottospazi. Combinazioni lineari. Indipendenza lineare e basi. Esistenza delle basi (dimostrazione facoltativa). Teorema del completamento (dimostrazione facoltativa). Somma e intersezione di sottospazi. Formula di Grassmann (dimostrazione facoltativa). Somme dirette.

Capitolo 4. Paragrafi 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6.

Applicazioni lineari. Definizioni ed esempi. Proiezioni. Simmetrie. Nucleo e immagine. Teorema della dimensione. Teorema di Rouché-Capelli.

Capitolo 5. Paragrafi 5.1, 5.2 fino al Corollario 5.9 compreso. Per le Prop. 5.11 e 5.12: solo enunciato e solo il caso reale. Per proiezioni e simmetrie: vedere il sesto compito a casa e relativa soluzione ed anche l'undicesimo e relativa soluzione.

Sistemi lineari. Sistemi a scala. Riduzione a scala. Tecniche di calcolo. Equazioni parametriche e cartesiane. Sottospazi affini.

Capitolo 6. Paragrafi 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5.

Matrici e applicazioni lineari. Composizione e isomorfismi. Prodotto di matrici. Matrici invertibili.

Capitolo 7. Paragrafi 7.1, 7.2, 7.3. Dimostrazione della Proposizione 7.4 facoltativa.

Cambiamenti di base. Matrice di cambiamento di base. Matrice associata ad un'applicazione lineare. Matrici simili. Magiche notazioni

Capitolo 8. Paragrafi 8.1, 8.2. Dimostrazione Prop. 8.1: facoltativa. Note a cura del docente per "magiche notazioni" (decima settimana).

Determinanti. Esistenza e unicità (la dimostrazione del teorema 9.5 è facoltativa). Sviluppi di Laplace (dimostrazioni facoltative). Teorema di Binet (solo idea; dimostrazione completa è facoltativa). Teorema di Cramer (dimostrazione facoltativa). Teorema degli orlati (dimostrazione facoltativa).

Capitolo 9. Paragrafi 9.1, 9.2, 9.3, 9.4.

Geometria Affine. Riferimenti affini. Rette, piani, condizioni di appartenenza, parallelismo, complanarità. Sistemi di riferimento affini.

Appunti di geometria affine: note a cura del docente (undicesima settimana) + Sezione 10.7

Prodotto scalare in \mathcal{V}_O . Definizione e proprietà del prodotto scalare in \mathcal{V}_O . Condizioni di ortogonalità. Angoli. Proiezioni ortogonali. Simmetrie ortogonali. Ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Isometrie di \mathcal{V}_O . Il gruppo ortogonale. Il gruppo ortogonale speciale. Prodotto vettoriale.

Appunti di geometria euclidea: note a cura del docente (dodicesima settimana).

Geometria euclidea. Angoli e ortogonalità. Definizioni di

- angolo fra due rette orientate;
- angolo fra due piani orientati;
- angolo retta-piano;
- distanza fra due punti;
- distanza punto-retta;
- distanza punto-piano;
- distanza retta-retta.

Capitolo 12. Paragrafi 12.1, 12.2.

Autovalori ed autovettori. Definizioni ed esempi. Polinomio caratteristico. Molteplicità. Diagonalizzabilità.

Tutto il capitolo 13.

Prodotti scalari e spazi vettoriali metrici.

- (1) Prodotti scalari
- (2) Nucleo di un prodotto scalare
- (3) Prodotti scalari (semi)definiti positivi, negativi, indefiniti.
- (4) Esempi: prodotto scalare canonico, prodotti scalari in \mathbb{R}^n definiti da matrici simmetriche, prodotto scalare L^2 .
- (5) Spazi vettoriali metrici
- (6) Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Disuguaglianza triangolare. Distanza. Angoli. (Dimostrazioni facoltative.)
- (7) Basi ortogonali. Gram-Schmidt (dimostrazione facoltativa)
- (8) Isometrie. Cambiamenti di basi ortonormali. Gruppo ortogonale.
- (9) Proiezioni e simmetrie ortogonali
- (10) Matrice associata ad un prodotto scalare in una fissata base
- (11) Operatori simmetrici
- (12) Teorema spettrale (con dimostrazione).
- (13) Teorema di Sylvester (con dimostrazione).

Capitolo 11.

Per (1) (2), (3), (4), (5), (6), (7), (9): p. 222 \rightarrow 240¹.

Per (8): def. 11.20, prop. 11.17, oss. 11.10, oss. 11.11, cor. 11.19 (dimostrazioni come nel caso di \mathcal{V}_O).

Per (10), (11), (12), (13): note del docente dai titoli "Note sul Teorema Spettrale" e "Diagonalizzazione delle forme bilineari simmetriche" (quattordicesima settimana)

¹def. 11.8 esclusa; tutta la sezione 11.2 (dimostrazioni facoltative), tutta la sezione 11.3 (ma dimostrazione Gram-Schmidt facoltativa); tutta la sezione 11.4 (ma corollario 11.12 facoltativo)