

Geometria Analitica. a.a. 05/06 (Prof. P. Piazza).

Programma d'esame

Testi :

- [A] := Marco Abate, "Geometria", ed. McGraw-Hill. Testo principale.
- [S] := Edoardo Sernesi "Geometria 1", ed Boringhieri.
- [Ab] := Silvana Abeasis "Complementi di Algebra Lineare e Geometria", ed. Zanichelli.

In portineria, oppure su Internet alla pagina Web

<http://www.mat.uniroma1.it/people/piazza/geo-an05-06.htm>

sono disponibili le note e gli esercizi distribuiti durante il corso; *questo materiale è parte integrante del programma d'esame.*

Spazio duale. Definizione. Base duale. Isomorfismo fra V e V' . Biduale. Isomorfismo canonico. Annullatore di un sottospazio. Proprietà dell'annullatore. Trasposta di un'applicazione lineare.

Bibliografia. [A]: 8C.1, 8C.2.

Prodotti scalari ed hermitiani. Definizioni ed esempi. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Basi ortogonali. Procedimento di Gram-Schmidt¹. Proiezioni. Simmetrie. Proiezioni ortogonali. Simmetrie ortogonali. Prodotti scalari e matrici. L'aggiunta. Endomorfismi autoaggiunti e isometrie. Gruppo ortogonale. Struttura degli elementi di $SO(3)$. Gruppo unitario. Teorema di Riesz.

Bibliografia. [A] : tutto il capitolo 12, incluso 12C.1. Per simmetrie e proiezioni si consulti anche il compito a casa del 27/10/05. Per la struttura degli elementi di $SO(3)$ consultare *Osservazioni ed esempi del 23/1/06.*

Il teorema spettrale. Basi ortonormali di autovettori. Endomorfismi normali. Endomorfismi simmetrici ed hermitiani. Endomorfismi triangolabili. Enunciato dell'esistenza ed unicità della forma canonica di Jordan.

Bibliografia. [A] : tutto il capitolo 15.

¹dimostrazione facoltativa

Geometria affine. Sistemi di riferimento affini. Orientazione. Affinità. Geometria affine. Sistemi di riferimento cartesiani. Distanza. Isometrie. Geometria euclidea. Coniche. Sfera.

Bibliografia. [A] : 10.7, 10.8, 10C.1, 13C.1, 13C.2. Si consulti anche la nota *Osservazioni ed esempi* del 23/1/06.

Forme quadratiche. Forme quadratiche reali. Criteri di positività. Endomorfismo simmetrico associato ad una forma quadratica. Criterio di Cartesio (senza dimostrazione). Classificazione metrica delle forme quadratiche. Classificazione affine delle forme quadratiche. Teorema di Sylvester. Forma canonica affine. Segnatura. Classificazione affine delle forme bilineari simmetriche complesse.

Bibliografia. [A] 16.1, 16.2, 16.3

Complementi su forme bilineari del 28/11/05.

Complementi 7 di *Osservazioni ed esempi* del 23/1/06

[S] pag 205, Teorema 16.2 per le forme bilineari simmetriche su \mathbb{C} .

Geometria Proiettiva. Spazio proiettivo associato ad uno spazio vettoriale V . Spazio proiettivo numerico. Riferimenti proiettivi. Sottospazi proiettivi. Formula di Grassmann. Sottospazi in posizione generale. Grassmanniana. Quadrica di Klein. Spazi affini e spazi proiettivi. Punti propri ed impropri. Chiusura proiettiva di rette e piani. Modelli geometrici di $P^1(\mathbb{C})$, di $P^1(\mathbb{R})$, di $P^2(\mathbb{R})$ e di $P^n(\mathbb{R})$. Dualità. Cambiamenti di riferimento. Isomorfismi proiettivi. Proiettività. Gruppo proiettivo. Birapporto. Funzione J (senza dimostrazioni). Gruppo affine e gruppo proiettivo. Geometria proiettiva. Programma di Erlangen. Trasformazioni lineare fratte. Proiezioni.

Bibliografia. [S] Capitolo 3; da pag 283 a pag 300, riga 9; da pag 305 (Esempi e osservazioni) a pag 310 riga -5. Tutta la sezione 26 (consultare anche *Osservazioni ed esempi* del 23/1/06) fino al Teorema 26.4 escluso. Tutta la sezione 27 (dimostrazioni lemma 27.8 e teorema 27.9 omesse) fino a pag 330, riga -10.

[A] 10C.2

Coniche e quadriche. Curve algebriche piane. Curve equivalenti (proiettivamente, affinementemente e metricamente). Chiusura proiettiva di una curva affine. Omoginizzazione e deomoginizzazione. Curve simmetriche rispetto a un punto. Curve algebriche reali. Classificazione proiettiva e affine delle coniche (sia su \mathbb{R} che su \mathbb{C}). Classificazione euclidea delle coniche reali. Classificazione proiettiva e affine delle

quadriche. Classificazione euclidea delle quadriche reali. Proprietà grafiche delle coniche e delle quadriche euclidee.

Bibliografia. [S] Capitolo 4. Sezione 28: da pag 337 a pag. 344. Pag 346 Complementi 2 e 3. Sezione 29 fino a pag 351 inclusa. Sezione 30 fino a pag 357 inclusa. Sezione 31 fino a pag 367 riga 6.

Consultare anche :

- *Osservazioni ed esempi del 23/1/06* e le referenze ivi fornite.
- [A] pag 406