

**Facoltà di Ingegneria dell'Informazione, Informatica e Statistica.**  
**Corso di Laurea in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni.**

**Matematica III.**  
**Anno Accademico 2018-19.**  
**Prof. Paolo Piazza**

**Programma d'esame.**

**Avvertenza:** il testo adottato è *Elementi di Analisi Matematica due*, di Nicola Fusco, Paolo Marcellini e Carlo Sbordone (Liguori editore).

Nella pagina web

<http://www1.mat.uniroma1.it/people/piazza/MATIII-18-19.htm>

sono disponibili i complementi, le note e gli esercizi distribuiti durante il corso; *tutto questo materiale è parte integrante del corso.*

**La pagina web del corso contiene referenze bibliografiche molto dettagliate per gli argomenti di questo programma d'esame.**

**$\mathbb{R}^n$  e le sue proprietà elementari.**

Struttura di spazio vettoriale di  $\mathbb{R}^n$ . Prodotto scalare. Lunghezza di un vettore. Distanza fra due punti. Proprietà della distanza. Intorni sferici. Punti interni ad un insieme  $A$  di  $\mathbb{R}^n$ . Punti esterni. Punti di frontiera. Punti di accumulazione. Insiemi aperti e chiusi di  $\mathbb{R}^n$ . Intesezione di insiemi aperti e chiusi. Chiusura di un insieme. Esempi. Insiemi compatti. Insiemi connessi.

**Funzioni di più variabili. Limiti. Continuità.**

Funzioni reali di più variabili. Dominio di una funzione. Grafico. Limite finito di una funzione  $f(x, y)$  quando  $(x, y)$  tende ad un punto di accumulazione del dominio. Limiti infiniti. Continuità. Enunciato teorema di Weierstrass. Enunciato teorema di esistenza dei valori intermedi.

**Derivabilità parziale. Differenziabilità.**

Derivabilità parziale. Interpretazione geometrica. Vettore gradiente. Derivabilità parziale non implica continuità. Derivate successive. Teorema di Schwarz (con dimostrazione). Differenziabilità. Piano tangente. Differenziabilità implica continuità (con dimostrazione). Teorema del differenziale totale (con dimostrazione).

**Funzioni composte. Derivate direzionali. Formula di Taylor**

Funzioni composte. Derivate direzionali. Interpretazione geometrica del gradiente. Funzioni con gradiente nullo in un connesso. Formula di Taylor.

**Massimi e minimi relativi.**

Massimi e minimi relativi: punti critici. Ripasso di algebra lineare: forme quadratiche e loro classificazione. Criterio di Cartesio. Criterio tramite i determinanti delle sottomatrici principali. Massimi e minimi relativi: condizioni sufficienti.

**Funzioni di  $n$  variabili, con  $n > 2$ .**

Derivabilità parziale. Differenziabilità. Derivate direzionali. Formula di Taylor. Massimi e minimi relativi.

**Integrali doppi. Integrali multipli.**

Integrali su domini normali. Integrabilità delle funzioni continue. Formule di riduzione per gli integrali doppi. Cambiamento di variabili negli integrali doppi. Coordinate polari. Integrali multipli. Coordinate sferiche. Domini invarianti per simmetrie. Funzioni S-dispari.

**Curve e Integrali curvilinei. Teorema di Gauss-Green. Integrali di superficie.**

Curve regolari, semplici, chiuse. Vettore e versore tangente, versore normale. Lunghezza di una curva. Curve orientate, ascissa curvilinea. Integrale curvilineo di una funzione. Integrale di una forma differenziale lungo una curva orientata. Teorema di Gauss-Green e sue conseguenze (teorema della divergenza; formule per l'area; integrazione per parti). Curve nello spazio. Definizione di superficie parametrizzata, piano tangente, vettore normale. Area di una superficie. Integrale di una funzione lungo una superficie. Teorema della divergenza in dimensione 3. Teoremi di Guldino per il volume di un solido di rotazione e per l'area di una superficie di rotazione.

**Funzioni implicite.**

Introduzione alle funzioni implicite. Teorema del Dini per funzioni implicite di una variabile. Interpretazione geometrica. Conseguenze del teorema del Dini. Teorema del Dini per funzioni implicite di due variabili. Equazione cartesiana del piano tangente ad una superficie data in forma implicita. Invertibilità locale, matrice Jacobiana. Massimi e minimi vincolati in due dimensioni. Teorema dei moltiplicatori di Lagrange (con dimostrazione). Ricerca del massimo e minimo assoluto per funzioni continue su domini chiusi e limitati. Massimi e minimi vincolati per funzioni di tre variabili.