Corso di Laurea in Statistica Gestionale
Corso di Matematica II.

Anno Accademico 2015-16.
Proff. Enrico Casadio Tarabusi e Paolo Piazza.

Programma d'esame.

Avvertenza: il testo adottato è *Analisi matematica uno* di Paolo Marcellini e Carlo Sbordone (Liguori Ed.)

I paragrafi sono da considerarsi nella loro interezza se non specificato diversamente. Il simbolo $(*)$ *sta a significare "solo enunciati".*

Nella pagina Web
`http://www1.mat.uniroma1.it/people/piazza/MATII15-16.htm`
sono disponibili i complementi, le note e gli esercizi distribuiti durante il corso; *tutto questo materiale è parte integrante del corso.*

1. Assiomi di campo, numeri reali, ordinamento, assioma di continuità. Numeri naturali, interi, razionali. Radice quadrata di 2. I numeri complessi. Valore assoluto di un numero reale. Disuguaglianza triangolare. Disuguaglianza di Bernoulli. Intorno di raggio r di un punto nella retta reale. Massimo, minimo, estremo superiore/inferiore. Teorema di esistenza dell'estremo superiore/inferiore. Funzioni, dominio e codominio, dominio di esistenza, argomenti e valori, variabili indipendente e dipendente, monotonia debole e stretta, intervalli di monotonia, inversione, funzioni affini e significato dei parametri, potenze a esponente reale e proprietà, funzioni potenza, funzioni esponenziali, logaritmi.
Referenze. Sezioni 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 13

2. Successioni e loro limiti. Esempi. Unicità del limite $(*)$. Operazioni sui limiti $(*)$. Forme indeterminate. Teorema della permanenza del segno $(*)$ e suoi corollari. Teorema dei due carabinieri. Teoremi di confronto. Limite di un prodotto di una successione limitata e di una successione infinitesima. Limiti notevoli. Logaritmo e propriet; definizione e principali proprietà delle funzioni trigonometriche dirette e inverse, limiti di successioni monotone con dimostrazione (casi di limite finito e infinito), qualche esempio e controesempio elementare, monotonia e limitatezza della successione $(1 + 1/n)^n$ $(*)$, cenno alle forme indeterminate delle potenze (0^0, ∞^0, 1^∞).
Referenze. Sezioni 10, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31.

3. Infiniti di ordine crescente; criterio del rapporto (con dimostrazione); esempi; successioni estratte; teorema di Bolzano-Weistrass $(*)$; successioni di Cauchy; criterio di Cauchy $(*)$. Punti d'accumulazione finiti e infiniti, definizione di limiti di funzioni, unicità del limite, permanenza del segno, passaggio al limite di disuguaglianze, teorema del confronto, limiti di restrizioni, limiti destro e sinistro e relazioni col limite bilatero, limiti di funzioni monotone, operazioni coi limiti e forme indeterminate.
Referenze. Sezioni 33, 34, 35, 50 (solo def. di punto di accumulazione), 40, 41, 42, 43, 49 (teoremi sulle funzioni monotone).

4. Limiti e grafici di funzioni (asintoti verticali ed orizzontali). Funzioni continue. Somma, differenza, prodotto e quoziente di funzioni continue. Composizione. Esercizi sulla composizione. Teorema della permanenza del segno (∗) Teorema degli zeri (∗). Primo teorema dei valori intermedi (con dimostrazione). Teorema di Weierstrass (∗). Necessità delle ipotesi nel teorema di Weierstrass; secondo teorema dei valori intermedi (con dimostrazione); relazioni tra continuità, invertibilità e monotonia; tipi di discontinuità; richiamo della continuità della composizione e condizioni di validità del cambio di variabile nel limite. Esempi e controesempi.
Referenze. Sezioni 44, 45, 46, 49.

5. Derivabilità. Funzione derivata. Derivabilità implica continuità. Operazioni con le derivate. Derivata di una funzione composta (∗). Derivata di una funzione inversa (∗). Alcune derivate notevoli. Significato geometrico della derivata.
Referenze. Sezioni 53, 54, 55, 56, 57.

6. Massimi e minimi relativi. Teorema di Fermat. Teorema di Rolle. Teorema di Lagrange. Criterio di monotonia. Caratterizzazione delle funzioni costanti in un intervallo. Criterio monotonia stretta. Funzioni convesse e concave. Criteri. Esempi. Studio punti critici. Teorema di l'Hopital. Asintoti. Funzioni trigonometriche inverse e loro derivate. Studio del grafico di una funzione.
Referenze. Sezioni 60, 61 62,63 64, 65. Con dimostrazioni.

7. Formula di Taylor: prime proprietà. Sulla continuità della funzione derivata: un esempio di funzione derivabile con derivata non continua. Introduzione al calcolo dei limiti usando Taylor (e confronto con L'Hopital). Area del segmento di parabola. Definizione di integrabilità secondo Riemann. Integrabilità delle funzioni continue (∗). Proprietà dell'integrale definito: linearità, monotonia, relazione tra integrale del valore assoluto e valore assoluto dell'integrale, primo e secondo teorema della media integrale (questi due con dimostrazione).
Referenze. Sezioni 66, 78, 79, 80, 83.

8. Teorema fondamentale calcolo integrale (con dimostrazione). Primitive. Formula fondamentale del calcolo integrale. L'integrale indefinito. Integrazione per decomposizione in somma. Integrazione delle funzioni razionali (inclusa la divisione euclidea). Integrazione per parti e per sostituzione. Esempi ed esercizi. Integrazione in senso improprio: definizione e calcolo esplicito per la funzione x^{-a} in 0 e in $+\infty$. Ancora sulla formula di Taylor: calcolo dei limiti, forme di Peano, Lagrange e integrale per il resto di Taylor.
Referenze. Sezioni 86, 87, 88 + Esercizio 9.3, 89, 90, 91, 92, 95, 98, 99, 100, 101.

9. Serie numeriche. Carattere di una serie; criterio necessario di convergenza; criterio di Cauchy. Serie a termini positivi. Serie armonica, serie geometrica e serie armonica generalizzata. Criteri di convergenza per le serie a termini positivi. Serie alternate. Convergenza assoluta. Serie di Taylor.
Referenze. Sezioni 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 112.

10. Equazioni differenziali ordinarie (ODE) lineari del primo ordine; esempi; formula risolutiva; teorema di unicità per il problema di Cauchy associato. Equazioni a variabili separabili, espressione della soluzione generale di un'ODE lineare come somma di una particolare e della soluzione dell'ODE omogenea associata, equazioni

lineari omogenee a coefficienti costanti di secondo ordine e cenno all'ordine qualsiasi. Problema di Cauchy e teorema di unicità. Equazioni lineari del secondo ordine a coefficienti costanti. Metodo di somiglianza. Principio di sovrapposizione. Metodo della variazione delle costanti.
Referenze. Sezioni 112, 116, 117, 119, 120, 121, 122, 123, 124.