

Geometria Differenziale a.a. 06/07 (Prof. P. Piazza).

Programma d'esame

Testi :

- $[A-T]$:= Marco Abate e Francesca Tovena "Curve e Superfici", Ed. Springer. Testo principale.
- $[S]$:= Edoardo Sernesi "Geometria 2", ed Boringhieri.
- $[Ma]$:= Mini corso di Topologia (note di Marco Manetti, disponibili in rete)

Su Internet alla pagina Web

<http://www.mat.uniroma1.it/people/piazza/geodiff-06-07.htm>
sono disponibili le note e gli esercizi assegnati durante il corso; *questo materiale è parte integrante del programma d'esame.*

Teoria locale delle curve.

Definizione di curva; lunghezza d'arco; curvatura; versore normale; curve biregolari; versore binormale; torsione; formule di Frenet-Serret; teorema fondamentale della teoria locale delle curve.

Capitolo 1 in [A-T], Sezioni 1.1, 1.2, 1.3.

Cenni alle 1-sottovarietà e loro classificazione; cenni al teorema fondamentale in spazi di dimensione qualsiasi

Sezioni 1.6 e 1.7 in [A-T].

Teoria locale delle superfici.

Superficie parametrizzata; superficie regolare; esempi; superfici di livello; teorema di Sard (solo enunciato), applicazioni del teorema della funzione implicita e del teorema della funzione inversa. Funzioni differenziabili. Piano tangente. Vettori tangenti e derivazioni. Superfici di rotazione. Cilindri. Superfici rigate.

Tutto il Capitolo 3 di [A-T].

Curvature.

Prima forma fondamentale. Esempi. Isometrie. Proprietà intrinseche. Orientabilità. Versore normale. Mappa di Gauss. Curvature normali. Seconda forma fondamentale. Curvature principali. Formula di Eulero. Curvatura di Gauss. Classificazione dei punti di una superficie. Formule esplicite. Esempi. Teorema Egregium. Area e curvatura gaussiana.

Tutto il Capitolo 4 di [A-T] (anche i Problemi 4.1, 4.2, 4.4, 4.5, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10, 4.17, 4.18)

Ripasso di Topologia

Spazi topologici, parte interna, chiusura ed intorni. Applicazioni continue. Spazi metrici. Sottospazi e immersioni. Definizione di topologia prodotto. Spazi di Hausdorff. Assiomi di numerabilità'. Connessione. Componenti connesse. Spazi compatti. Topologia quoziente.

[Ma]

Varietà Differenziabili. Fibrati

Definizione. Esempi notevoli. Spazi Tangenti. Differenziali. Orientabilità. Diffeomorfismi locali. Immersioni e sottovarietà. Summersioni. Lemma di Sard (solo enunciato). Teorema di Whitney (solo enunciato). Fibrati vettoriali.

[S], da pag 173 a pag 210; da pag 213 a pag 227; + Sard e Whitney.

Per i fibrati vettoriali: consultare le note in rete.

Geodetiche

Geodetiche e curvatura geodetica. Proprietà di minimizzazione. Campi vettoriali.

Capitolo 5 di [A-T], fino a pag. 274 inclusa.

Teorema di Gauss-Bonnet .

Enunciato del Teorema. Sketch della dimostrazione. Solo enunciato esistenza triangolazioni. Enunciato teorema di Poincaré-Hopf.

Capitolo 6 [A-T], fino a pag 324, osservazione 6.3.15 + Poincaré-Hopf