

Corso di Laurea in Fisica. Corso di Geometria

Programma d'esame.

Anno Accademico 2009-10. Prof. Paolo Piazza.

Avvertenza: il testo adottato è *Geometria Analitica con elementi di algebra lineare* di Marco Abate e Chiara de Fabritiis, edito da McGraw-Hill. Le referenze bibliografiche si riferiscono a questo testo. *I paragrafi sono da considerarsi nella loro interezza se non specificato diversamente.*

Sulla pagina Web

<http://www.mat.uniroma1.it/people/piazza/geo1-09-10.htm>

sono disponibili i complementi, le note e gli esercizi distribuiti durante il corso; *tutto questo materiale è parte integrante del corso.*

Logica elementare. Dimostrazioni per induzione.

Per la parte di logica elementare vedere le "note a cura del docente" disponibili sulla pagina Web. Per le dimostrazioni per induzione: vedere il paragrafo 3.2, pag. 41.

Numeri complessi. Definizione. Potenze e radici. Teorema fondamentale dell'algebra (solo enunciato). *Capitolo 4 del libro testo. Paragrafi 4.6, 4.7, 4C.1*

Vettori geometrici. Vettori applicati. Coordinate. Equazioni di rette e piani. *Capitolo 2. Paragrafi 2.1, 2.2, 2.3.*

→ **Vettori liberi.**

Capitolo 2. Paragrafo 2C.1.

L'eliminazione di Gauss. Esempi e definizioni. Sistemi triangolari superiori. Il metodo di eliminazione di Gauss.

Capitolo 3. Paragrafi 3.1, 3.2, 3.3.

Spazi vettoriali. Spazi e sottospazi. Combinazioni lineari. Indipendenza lineare e basi. Esistenza delle basi (dimostrazione facoltativa). Teorema del completamento (dimostrazione facoltativa). Somma e intersezione di sottospazi. Somme dirette.

Capitolo 4. Paragrafi 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6.

Applicazioni lineari. Definizioni ed esempi. Proiezioni. Simmetrie. Nucleo e immagine. Teorema della dimensione. Teorema di Rouché-Capelli.

Capitolo 5. Paragrafi 5.1, 5.2 fino a pag. 92 (Corollario 5.9). Per le Prop. 5.11 e 5.12: solo enunciato. Per proiezioni e simmetrie: vedere compiti del 2/12/09 e 4/12/09 e relative soluzioni.

Sistemi lineari. Sistemi a scala. Riduzione a scala. Tecniche di calcolo. Equazioni parametriche e cartesiane. Sottospazi affini.

Capitolo 6. Paragrafi 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5.

Matrici e applicazioni lineari. Composizione e isomorfismi. Prodotto di matrici. Matrici invertibili.

Capitolo 7. Paragrafi 7.1, 7.2, 7.3. Dimostrazione della Proposizione 7.4 facoltativa.

Cambiamenti di base. Matrice di cambiamento di base. Matrice associata ad un'applicazione lineare. Matrici simili. Magiche notazioni
Capitolo 8. Paragrafi 8.1, 8.2. Note a cura del docente per "magiche notazioni".

Determinanti. Esistenza e unicità (la dimostrazione del teorema 9.5 è facoltativa). Sviluppi di Laplace (dimostrazioni facoltative). Teorema di Binet (dimostrazione facoltativa). Teorema di Cramer. Teorema degli orlati (solo enunciato).
Capitolo 9. Paragrafi 9.1, 9.2, 9.3, 9.4.

Geometria Affine. Riferimenti affini. Rette, piani, condizioni di appartenenza, parallelismo, complanarità. Sistemi di riferimento affini.
Appunti di geometria affine (note a cura del docente). Inoltre, per i cambiamenti di riferimento affini: tutto il Paragrafo 10.7, in particolare la formula 10.29.

Prodotto scalare in \mathcal{V}_O . Definizione e proprietà del prodotto scalare in \mathcal{V}_O . Condizioni di ortogonalità. Angoli. Proiezioni ortogonali. Simmetrie ortogonali. Ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Isometrie di \mathcal{V}_O . Il gruppo ortogonale. Il gruppo ortogonale speciale. Prodotto vettoriale.
Appunti di geometria euclidea (note a cura del docente).

Geometria euclidea. Angoli e ortogonalità. Distanza fra due punti. Distanza punto-retta. Distanza punto-piano. Distanza retta-retta. (tutte le dimostrazioni sono facoltative). Prodotto misto.
Capitolo 12. Paragrafi 12.1, 12.2, 12.3.

Prodotti scalari e spazi vettoriali metrici.

- (1) Prodotti scalari.
- (2) nucleo di un prodotto scalare
- (3) Prodotti scalari (semi)definiti positivi, negativi, indefiniti.
- (4) Esempi: prodotto scalare canonico, prodotti scalari in \mathbb{R}^n definiti da matrici simmetriche, prodotto scalare L^2 . Altri esempi.
- (5) Spazi vettoriali metrici
- (6) Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Disuguaglianza triangolare. Distanza. Angoli.
- (7) Basi ortogonali. Gram-Schmidt (dimostrazione facoltativa)
- (8) Proiezioni ortogonali
- (9) Matrice associata ad un prodotto scalare in una fissata base
- (10) Operatori simmetrici
- (11) Isometrie. Cambiamenti di basi ortonormali. Gruppo ortogonale.

Capitolo 13. Per (1), (2), (3), (4), (5): p. 203, 202, 204, 205, 206 fino a def. 11.8 esclusa. Poi tutta la sezione 11.2., tutta la sezione 11.3 (dimostrazione Gram-Schmidt facoltativa). Tutta la sezione 11.4. Definizione 11.6, def. 11.19, def. 11.20, prop. 11.17, def. 11.21, oss. 11.10, oss. 11.11., cor. 11.19, esempio 11.17. Per (9), vedere anche le note del docente su "Diagonalizzazione delle forme bilineari simmetriche".

Autovalori ed autovettori. Definizioni ed esempi. Polinomio caratteristico. Molteplicità. Diagonalizzabilità.
Tutto il capitolo 14.

Teorema spettrale e applicazioni. Prodotto hermitiano canonico in \mathbb{C}^n . Basi ortonormali di autovettori. Teorema spettrale (con dimostrazione). Teorema di Sylvester (con dimostrazione).

Definizione 11.8. Tutta la sezione 14.1. Note del docente "Diagonalizzazione delle forme bilineari simmetriche" per il teorema di Sylvester.