

Facoltà di Ingegneria dell'Informazione, Informatica e Statistica.
Corso di Laurea in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni.
Matematica III. Prof. Paolo Piazza
Sesto compito a casa (9/11/2018)

Esercizio 1. Sia $D \subset \mathbb{R}^2$ il dominio compreso fra le iperboli di equazione $xy = 1$, $xy = 2$ e le iperboli di equazione $(x-2)y = -2$, $(x-2)y = -1$. Utilizzando un opportuno cambiamento di variabili, calcolare $\iint_D y dx dy$.

Esercizio 2. Sia $R < 1$ e sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq R\}$. Utilizzando coordinate polari calcolare

$$\iint_D x^2 \log(1 - x^2 - y^2) dx dy.$$

Esercizio 3. Sia D il quadrato $[-2, 2] \times [-2, 2] \subset \mathbb{R}^2$ e sia $f(x, y) = (x - y)e^{x^2 + y^2}$. Verificare che D è S -simmetrico per una simmetria S per la quale f è S -dispari. Concludere che $\iint_D f(x, y) dx dy = 0$.

Esercizio 4. Sia D la semisfera di centro $(0, 0, 0)$ e raggio R contenuta nel semispazio $z \geq 0$. Utilizzando coordinate sferiche calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_D \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz.$$

Esercizio 5. Calcolare la lunghezza $L(\gamma)$ con γ la curva rappresentata dalla curva parametrizzata ¹

$$\begin{cases} x(t) = e^t \cos t \\ y(t) = e^t \sin t \end{cases} \quad t \in [0, \pi/2]$$

Esercizio 6. Calcolare $\int_\gamma x^2 y ds$ con γ la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = 2 \cos t \\ y(t) = 2 \sin t \end{cases} \quad t \in [0, \pi/2]$$

Esercizio 7. Sia γ la parabola di equazione parametriche $\phi(t) = (x(t), y(t))$ con

$$\begin{cases} x(t) = t^2 \\ y(t) = t \end{cases} \quad t \in [-1, 1].$$

- (i) Disegnare γ nel piano cartesiano
- (ii) Orientare γ secondo le t crescenti; riportate l'orientazione di γ (e cioè il verso di percorrenza) sul vostro disegno.
- (iii) Verificare che le equazioni parametriche $\psi(t) := \phi(-t)$ definiscono la curva $-\gamma$, e cioè la parabola con l'opposta orientazione. Fate una figura.
- (iv) Calcolare $\int_\gamma \omega$ con ω la forma differenziale

$$\omega = x^2 dx + xy dy$$

(v) Verificare direttamente che

$$\int_\gamma \omega = - \int_{-\gamma} \omega.$$

¹Si dice anche:
...con γ la curva di equazione parametriche etc