Facolta' di Ingegneria dell'Informazione, Informatica e Statistica.
Corso di Laurea in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni.
Matematica III. Prof. Paolo Piazza
Quarto compito a casa (18/10/2018)

Esercizio 1. Consideriamo la funzione $f(x,y) = 2x^2 - 2\sqrt{3}xy$. Verificare che $(0,0)$ è un punto critico e studiare la sua natura (dire se $(0,0)$ è un punto di massimo o minimo relativo, oppure un punto di sella).

Esercizio 2. Per ciascuna delle seguenti funzioni $f(x,y) : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, determinare tutti i punti critici e studiare la loro natura:
(a) $f(x,y) = x^2 - 2xy - 2y + 8y^3$
(b) $f(x,y) = x^3 + y^3 - xy$
(c) $f(x,y) = \frac{1}{2}x^2y^2 - 2y^2 + \frac{1}{3}x^3$

Esercizio 3. Si considerino la funzione $f(x,y) : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, data da $f(x,y) = (x+y)e^{xy}$, ed il punto $P = (1,0)$. Determinare il valore della funzione f nel punto P, l'equazione del piano tangente al grafico della funzione di $f(x,y)$ nel punto P, e lo sviluppo di Taylor della funzione $f(x,y)$ intorno al punto P all'ordine 2.

Esercizio 4. Si consideri la funzione $f(x,y) : A \to \mathbb{R}$, dove A è il quadrato $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, 0 \leq x \leq 1,\, 0 \leq y \leq 1\}$, e f è data da

$$f(x,y) = 4x^2 + 4y^2 - 2x - 2y + 2$$

Determinare i punti di massimo e minimo relativo interni al quadrato.
Determinare i punti di massimo e minimo di f in A.

Esercizio 5. Si consideri la funzione $f(x,y) : A \to \mathbb{R}$, dove A è il rettangolo $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, 1 \leq x \leq 4,\, 0 \leq y \leq 2\}$, e f è data da

$$f(x,y) = x^2 - 4xy + 5$$

Determinare massimi e minimi assoluti di $f(x,y)$ nel domino A.

Esercizio 6. Si consideri la funzione di tre variabili

$$f(x,y,z) = x^2 + y^4 + y^2 + x^3 - 2xz$$

definita in tutto $\mathbb{R}^3$.
Scrivere il gradiente nel punto generico (x,y,x). Determinare i punti critici di f (sono due). Studiare la loro natura.