

Descrizione del corso e programma.

La K-teoria topologica, introdotta da Atiyah e Hirzebruch all'inizio degli anni 60, è una teoria coomologica generalizzata. Si è rivelata uno strumento estremamente efficace nello studio degli invarianti topologici degli operatori ellittici; basterà menzionare, in questa direzione, il celebre teorema dell'indice di Atiyah-Singer. Questo corso si propone di illustrare entrambi gli aspetti di questa teoria; quello puramente topologico e quello più propriamente analitico. I prerequisiti sono minimi: le due istituzioni (geometria superiore ed analisi superiore) saranno sufficienti. Il corso è indipendente da quello da me tenuto nell'anno accademico 00/01 e copre argomenti ad esso complementari. Alla fine del corso verranno presentati, in via informale, alcuni importanti sviluppi, con particolare riguardo alla geometria differenziale non-commutativa.

Parte I. Introduzione all'analisi microlocale.

Questa prima parte vuole essere in sé un minicorso sugli operatori pseudodifferenziali.

Trasformata di Fourier. Spazi di Sobolev. Operatori pseudodifferenziali. Continuità. Calcolo pseudodifferenziale. Operatori ellittici. Parametrice di un operatore pseudodifferenziale ellittico. Operatori di Fredholm. Complessi ellittici. Teorema di Hodge. Cenni sugli operatori ellittici degeneri e relativi calcoli pseudodifferenziali.

Parte II. K-teoria topologica.

Fibrati vettoriali. Teorema di classificazione. Definizione di K-teoria di uno spazio topologico compatto X . Prime proprietà. Teorema di periodicità di Bott. Successione esatta lunga di una coppia (X, U) . Teorema di Thom. Indice topologico. Indice analitico. Teorema dell'indice di Atiyah-Singer per operatori pseudodifferenziali ellittici. Sketch della dimostrazione. Cenni sulla formulazione coomologica del teorema di Atiyah-Singer. Alcune applicazioni geometriche.

Parte III. C^* -algebre e geometria differenziale non-commutativa.

Questa parte sarà un'esposizione (molto) informale di alcune idee in geometria differenziale non-commutativa.

C^ -algebre. Esempi notevoli in geometria. K-teoria di una C^* -algebra. Teorema di Swan. Moduli di Hilbert. Operatori di Fredholm generalizzati e loro classe indice. Esempi: famiglie di operatori ellittici; operatori ellittici su rivestimenti di Galois; operatori longitudinalmente ellittici su una foliazione. Teorema dell'indice di Atiyah-Singer per famiglie di operatori ellittici. Cenni ai teoremi di Atiyah e Connes-Moscovici sui rivestimenti di Galois. Segnature superiori di Novikov e loro invarianza per omotopia. Congettura di Novikov. Teorema dell'indice di Connes sulle foliazioni.*

Data inizio corso: 22 Gennaio 2002.

Data fine corso: 14 Marzo 2002

2+2=4 ore settimanali.

Orario: Martedì e Giovedì, ore 16, Aula Picone.