

Geometria I. Proff. P. Piazza e P. Piccini a.a. 2017-18.
Tutoraggio del 30 Maggio 2018

Esercizio 1. Piano proiettivo reale numerico $P^2(\mathbb{R})$ con coordinate omogenee x_0, x_1, x_2 . È data la conica proiettiva \mathcal{C} di equazione

$$3X_0^2 - 10X_0X_2 + 2X_1^2 + 3X_2^2 = 0$$

1. Scrivere la matrice A associata a \mathcal{C} e dedurne il tipo proiettivo di \mathcal{C} scrivendo anche l'equazione canonica proiettiva reale.
2. Siano $\mathcal{C}_0, \mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$ le coniche affini ottenute disomogeinizando rispetto a X_0, X_1, X_2 rispettivamente. Determinare il tipo affine di ognuna delle tre coniche $\mathcal{C}_0, \mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$.

Esercizio 2. Piano euclideo E^2 con coordinate x, y rispetto ad un fissato sistema di riferimento cartesiano Oij . Si consideri la conica \mathcal{C} di equazione $f(X, Y) = 3X^2 + 2XY + 3Y^2 + 2\sqrt{2}X = 0$.

1. Determinare il tipo affine reale di \mathcal{C} .
2. Determinare un'isometria ψ di E^2 ed una conica canonica metrica \mathcal{D} in modo tale che $\mathcal{C} = \psi(\mathcal{D})$. Disegnare il supporto della conica \mathcal{C} .
3. Sia S il supporto della conica. Determinare esplicitamente un'isometria $T : E^2 \rightarrow E^2$, $T \neq \text{Id}$, tale che $T(S) = S$. Vero o Falso: esistono tre isometrie con questa proprietà.
4. Determinare un riferimento cartesiano $O'i'j'$ con coordinate associate x', y' nel quale la conica \mathcal{C} si scrive con l'equazione canonica metrica. Fate un disegno di \mathcal{C} e dei due riferimenti.