

Geometria I. Prof. P. Piazza. a.a. 2017-18.

Quinto compito a casa (24 Maggio 2018)

**Esercizio 1.**

Leggere enunciato e dimostrazione del Teorema di classificazione delle coniche affini reali e complesse (Teorema 31.1).

Leggere enunciato e dimostrazione del Teorema di classificazione delle coniche euclidee (Teorema 31.3).

**Esercizio 2.**

Calcolare gli invarianti affini delle nove coniche canoniche affini reali

$$\operatorname{rg}(\mathcal{C}), \quad \operatorname{rg}(A_0) \quad \operatorname{segno}(\det A_0), \quad |s|, \quad |s_0|$$

e verificare che essi le distinguono. Qui abbiamo denotato con  $|s|$  la segnatura di  $A$  a meno dell'ordine e similmente per  $|s_0|$ ; il segno del determinante di  $A_0$  è per definizione 0 quando il rango di  $A_0$  non è 2.

Create una tabella con le 9 coniche sulla riga superiore orizzontale e gli invarianti affini nella colonna a sinistra.

Notate che Sernesi nel Teorema 31.1 non utilizza  $|s|$  e  $|s_0|$  ma, invece, l'informazione sul supporto e più precisamente se esso è vuoto o non-vuoto (il supporto di una conica è un'invariante affine).

**Esercizio 4.**

Consideriamo il piano euclideo numerico  $E^2$  associato a  $(\mathbb{R}^2, \langle \cdot, \cdot \rangle_{\text{canonico}})$ .

Riferimento cartesiano canonico fissato con coordinate  $(x, y)$ .

Sia  $\mathcal{C}$  la conica di  $E^2$  di equazione:

$$5X^2 + 5Y^2 - 6XY + 16\sqrt{2}X + 38 = 0.$$

- Determinare una conica euclidea canonica  $\mathcal{D}$  ed una isometria  $\psi : E^2 \rightarrow E^2$  tale che  $\mathcal{C} = \psi(\mathcal{D})$ .
- Fate un disegno con un piano euclideo a sinistra, un piano euclideo a destra, la conica  $\mathcal{D}$  nel piano di sinistra e la conica  $\mathcal{C}$  nel piano euclideo di destra.
- Determinate un riferimento cartesiano  $O' \underline{i}' \underline{j}'$  con la proprietà che  $\mathcal{C}$  abbia equazione canonica metrica nel nuovo riferimento.
- Fate un disegno con un unico piano euclideo, un'unica conica ma due riferimenti, quello canonico e quello che avete trovato nel punto precedente.