

Geometria I. Prof. P. Piazza. a.a. 2017-18.

Quinto compito a casa (24 Maggio 2018)

Esercizio 1.

Leggere enunciato e dimostrazione del Teorema di classificazione delle coniche affini reali e complesse (Teorema 31.1).

Leggere enunciato e dimostrazione del Teorema di classificazione delle coniche euclidee (Teorema 31.3).

Esercizio 2.

Calcolare gli invarianti affini delle nove coniche canoniche affini reali

$$\operatorname{rg}(\mathcal{C}), \quad \operatorname{rg}(A_0) \quad \operatorname{segno}(\det A_0), \quad |s|, \quad |s_0|$$

e verificare che essi le distinguono. Qui abbiamo denotato con $|s|$ la segnatura di A a meno dell'ordine e similmente per $|s_0|$; il segno del determinante di A_0 è per definizione 0 quando il rango di A_0 non è 2.

Create una tabella con le 9 coniche sulla riga superiore orizzontale e gli invarianti affini nella colonna a sinistra.

Notate che Sernesi nel Teorema 31.1 non utilizza $|s|$ e $|s_0|$ ma, invece, l'informazione sul supporto e più precisamente se esso è vuoto o non-vuoto (il supporto di una conica è un'invariante affine).

Esercizio 4.

Consideriamo il piano euclideo numerico E^2 associato a $(\mathbb{R}^2, \langle \cdot, \cdot \rangle_{\text{canonico}})$.

Riferimento cartesiano canonico fissato con coordinate (x, y) .

Sia \mathcal{C} la conica di E^2 di equazione:

$$5X^2 + 5Y^2 - 6XY + 16\sqrt{2}X + 38 = 0.$$

- Determinare una conica euclidea canonica \mathcal{D} ed una isometria $\psi : E^2 \rightarrow E^2$ tale che $\mathcal{C} = \psi(\mathcal{D})$.
- Fate un disegno con un piano euclideo a sinistra, un piano euclideo a destra, la conica \mathcal{D} nel piano di sinistra e la conica \mathcal{C} nel piano euclideo di destra.
- Determinate un riferimento cartesiano $O' \underline{i}' \underline{j}'$ con la proprietà che \mathcal{C} abbia equazione canonica metrica nel nuovo riferimento.
- Fate un disegno con un unico piano euclideo, un'unica conica ma due riferimenti, quello canonico e quello che avete trovato nel punto precedente.