

Algebra Lineare. a.a. 2004-05
Esonero del 18 Gennaio 2005

Esercizio 1. Verificare che l'applicazione lineare $F_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita dalla matrice

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ -4 & 2 & 10 \end{vmatrix};$$

è diagonalizzabile; determinare esplicitamente una base di autovettori. Determinare la matrice associata a F_A in tale base di autovettori.

Esercizio 2. Spazio vettoriale \mathbb{R}^2 . Consideriamo le due seguenti basi

$$\mathcal{G} := \{\underline{g}_1 = (1, 1), \underline{g}_2 = (-1, 1)\} \quad \text{e} \quad \mathcal{H} := \{\underline{h}_1 = (0, 2), \underline{h}_2 = (2, 0)\}$$

2.1 Determinare le matrici di cambiamento di base, da \mathcal{G} a \mathcal{H} e da \mathcal{H} a \mathcal{G} .

2.2 Sia $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare definita da

$$F(\underline{g}_1) = 2\underline{g}_1 - \underline{g}_2, \quad F(\underline{g}_2) = \underline{g}_2.$$

Spiegare perché F è ben definita. Determinare la matrice associata a F nella base $\{\underline{h}_1, \underline{h}_2\}$.

Esercizio 3. Spazio euclideo \mathcal{E}^3 con riferimento cartesiano $RC(O, \underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ fissato e coordinate associate (x, y, z) . Determinare la distanza fra il punto $P = (1, 2, -1)$ e la retta di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x - y + 3z + 6 = 0 \\ x + y + 5z = 0 \end{cases}$$

Esercizio 4. Spazio affine \mathcal{A}^3 con riferimento affine $RA(O, \underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ fissato e coordinate associate (x, y, z) . Determinare l'equazione cartesiana del piano passante per la retta di equazione parametriche

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$$

e parallelo alla retta di equazione cartesiana

$$\begin{cases} x - y + 3z + 6 = 0 \\ x + y + 5z = 0 \end{cases}$$

Esercizio 5.

Sia $M_{22}(\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici due per due a coefficienti reali. Sia F l'applicazione lineare che porta una matrice A in $\frac{A+A^T}{2}$. Calcolare autovalori ed autovettori di F .