Geometria 1. I^0 Modulo. a.a. 00/01. Gruppo E-N (Paolo Piazza)
Esonero del 29/1/01

Esercizio 1. Sia $RC(O, \underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ un riferimento cartesiano nello spazio affine con coordinate associate (x, y, z). Si verifichi che esiste un solo piano contenente i tre punti

$$P_1(1, 2, 0), \quad P_2(1, 1, 1), \quad P_3(2, -1, -3).$$

e se ne dia un'equazione cartesiana.

Esercizio 2. Sia $RO(O, \underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio euclideo con coordinate associate (x, y, z). Si dia un'equazione cartesiana del piano che contiene il punto $P(1, 2, 3)$ ed è perpendicolare alla retta r definita dalle equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ 2x + y + 3z + 1 = 0. \end{cases}$$

Esercizio 3. Sia $\{\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}\}$ una base ortonormale in $\mathcal{V}_O$. Si applichi il procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt alla base $\{\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3\}$, dove

$$\underline{u}_1 = \underline{i} + 2\underline{j} + 2\underline{k}, \quad \underline{u}_2 = 3\underline{i} + 3\underline{j}, \quad \underline{u}_3 = 2\underline{i} - 2\underline{j} + \underline{k}.$$

Esercizio 4. Due delle matrici

$$A_1 = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$A_3 = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A_4 = \begin{vmatrix} 5/2 & 1/8 \\ 2 & 5/2 \end{vmatrix}$$

$$A_5 = \begin{vmatrix} 3/2 & 1 \\ -1 & -1/2 \end{vmatrix}$$

sono coniugate: dire quali e giustificare la risposta.

Esercizio 5. Sia $V = \mathbb{R}^3$ e sia $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'operatore lineare definito da

$$F(1,1,0) = (-1,3,0)\,, \quad F(0,1,0) = (0,1,0)\,, \quad F(0,1,1) = (2,-1,1)$$

5.1. Spiegare perché F è ben definito da queste relazioni.

5.2. Verificare che la matrice associata ad F nella base canonica di $\mathbb{R}^3$ è

$$A = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

5.3. Stabilire se F è diagonalizzabile ed in caso affermativo trovare una base di autovettori e la matrice associata ad F in questa base.

5.4. Studiare l'iniettività e la suriettività di F.