Geometria 1. I^0 Modulo. a.a. 00/01.
Esonero del 21/11/00

Esercizio 1. Calcolare AB e BA con

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -3 & -1 \\ \pi & 0 \end{vmatrix}$$

Esercizio 2. Studiare la compatibilità del seguente sistema al variare di $k \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + y + k^2 z = 3 \\ x + 2y - z = 1 \\ 2x + 3y = 2 + 2k \end{cases}$$

Esercizio 3. Stabilire se la seguente matrice A è invertibile ed in caso affermativo calcolare A^{-1}:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Esercizio 4. Sia $V = \mathbb{R}^4$ e siano U e W i sottospazi di V definiti come segue:

$$U = \mathrm{Span}\left(\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ -2 \end{vmatrix} \right) \quad W = \mathrm{Span}\left(\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{vmatrix} \right).$$

Determinare una base per $U+W$. Determinare la dimensione di $U \cap V$.

Esercizio 5 per i 2 canali E $\rightarrow$ Z (Piazza/Salvati Manni). Consideriamo in $\mathbb{R}^4$

$$\underline{v}_0 = \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix}, \quad W = \{ \underline{x} \in \mathbb{R}^4 \mid \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_4 = 0 \\ 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 \end{cases} \}$$

Determinare equazioni parametriche per la sottovarietà affine W' di $\mathbb{R}^4$ ottenuta traslando con il vettore $\underline{v}_0$ il sottospazio W.

Esercizio 5 per il canale A $\rightarrow$ D. (O'Grady). Determinare la matrice $A \in M_{2,3}(\mathbb{R})$ tale che

$$\phi_A(1,1,1) = (1,5), \quad \phi_A(0,1,1) = (-1,4), \quad \phi_A(1,0,2) = (0,3).$$