Algebra Lineare. a.a. 2003/03. Prof. P. Piazza
Secondo esonero. 8 Gennaio 2003

Esercizio 1. Sia
$$A = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 9 \\ 1 & -1 & -15 \\ 0 & 1 & 6 \end{vmatrix}.$$
Determinare autovalori e autospazi di A. Decidere se A è diagonalizzabile e giustificare la risposta.

Esercizio 2. Sia
$$T = \begin{vmatrix} 16 & -21 \\ 10 & -13 \end{vmatrix}.$$
Calcolare T^{10}.

Esercizio 3. Sia A la matrice 2×2 data da
$$A = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$
e sia $F_A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare definita da A, $F_A(\underline{x}) = A\underline{x}$.
Determinare la matrice associata all'applicazione lineare F_A con la seguente scelta di basi:
$$\text{base di partenza} = \{(0,2),(1,1)\}, \quad \text{base di arrivo} = \{(0,1),(1,2)\}.$$

Esercizio 4. Fissiamo in $\mathcal{V}_O$ una base ortonormale $\{\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}\}$. Sia $\{\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3\}$ la base di $\mathcal{V}_O$ data da
$$\underline{v}_1 = 2\underline{i} + 6\underline{j} + 9\underline{k}\,, \quad \underline{v}_2 = 11\underline{i} + 11\underline{k}\,, \quad \underline{v}_3 = 17\underline{i} + 7\underline{j} + 5\underline{k}.$$
Dare una base ortonormale $\{\underline{u}_1, \underline{u}_2, \underline{u}_3\}$ di $\mathcal{V}_O$ tale che
$$\underline{u}_1 \in \mathrm{Span}(\underline{v}_1), \quad \underline{u}_2 \in \mathrm{Span}(\underline{v}_1, \underline{v}_2).$$

Esercizio 5. Nello spazio affine $\mathcal{A}^3$ fissiamo un riferimento affine $RA(O, \underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ con coordinate associate (x, y, z). Siano $P_1, P_2, P_3 \in \mathcal{A}^3$ i punti di coordinate $(1,2,3)$, $(0,2,-1)$ e $(1,1,1)$ rispettivamente. Verificare che P_1, P_2, P_3 non sono allineati. Dare l'equazione cartesiana del piano π contenente P_1, P_2, P_3.

Esercizio 6. Sia $RC(O, \underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ un riferimento cartesiano ortonormale nello spazio euclideo $\mathcal{E}^3$ con coordinate associate (x, y, z). Sia $P \in \mathcal{E}^3$ il punto di coordinate $(1,-1,2)$ e $\pi \subset \mathcal{E}^3$ il piano di equazione
$$x - y - 3z = 1.$$
Dare equazioni cartesiane della retta r contenente P e perpendicolare a π.