Geometria 1. I^0 Modulo. a.a. 00/01. Gruppo E-N
Esonero di prova del 16/1/01

Esercizio 1. Consideriamo lo spazio affine con riferimento $RA(O, \underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ e coordinate associate (x, y, z). Determinare l' equazione cartesiana del piano π passante per il punto Q di coordinate $(0, 0, 1)$ e per la retta r di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x - z = 2 \\ y + 3z = 4 \end{cases} .$$

Esercizio 2. Spazio affine con riferimento $RA(O, \underline{i}, \underline{j}, \underline{k})$ e coordinate associate (x, y, z). Scrivere equazioni cartesiane e parametriche per la retta r passante per P_0 di coordinate $(1, 2, -1)$ e per P_1 di coordinate $(2, 2, 1)$.

Esercizio 3. Spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$ con base canonica $\{\underline{e}_1, \underline{e}_2\}$ fissata. Determinare la matrice associata nella base canonica all'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definita da

$$F(1, 6) = (1, 2)\,, \quad F(0, 3) = (1, 1)\,.$$

Spiegare preliminarmente perché F è ben definita da queste relazioni.

Esercizio 4. Spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ con base canonica $\{\underline{e}_1, \underline{e}_2\underline{e}_3\}$ fissata. Stabilire se l'applicazione lineare $F_A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definita dalla matrice

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -6 \end{vmatrix}$$

è iniettiva.

Esercizio 5. Spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$. Consideriamo le due seguenti basi

$$\{\underline{g}_1 = (1, 1)\,, \underline{g}_2 = (-1, 1)\} \quad \text{e} \quad \{\underline{h}_1 = (0, 2)\,, \underline{h}_2 = (2, 0)\}$$

Sia $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'applicazione lineare definita da

$$F(\underline{g}_1) = 2\underline{g}_1 - \underline{g}_2\,, \qquad F(\underline{g}_2) = \underline{g}_2\,.$$

Determinare la matrice associata a F nella base $\{\underline{h}_1, \underline{h}_2\}$.

Esercizio 6. Spazio vettoriale euclideo $\mathcal{V}_O$ con base ortonormale $\{\underline{i}, \underline{j}, \underline{k}\}$ e coordinate associate (x, y, z). Esprimiamo i vettori di $\mathcal{V}_O$ direttamente tramite le loro coordinate.
Applicare il procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt alla seguente base di $\mathcal{V}_O$:

$$\underline{w}_1 = (1, 1, 0)\,, \quad \underline{w}_2 = (0, 1, 0)\,, \quad \underline{w}_3 = (0, 0, 2)\,.$$