

ALGEBRA 1
Compito a casa del 13 Marzo 2012

- (1) Determinare la cardinalità dell'insieme dei numeri irrazionali, cioè dell'insieme $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.
- (2) Sia $\mathbb{Q}[X]$ l'insieme dei polinomi a coefficienti razionali. Determinare la cardinalità di $\mathbb{Q}[X]$.
- (3) Determinare la cardinalità dei seguenti insiemi:
- $A = \{(x, y) \in (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \times (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \mid x/y \in \mathbb{Q}\}$,
 - $B = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \mid f \text{ è invertibile e } f(n) = n \text{ per } n \text{ sufficientemente grande}\}$.
- (4) Calcolare la cardinalità dell'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \geq 1 \text{ e } xy \in \mathbb{Q}\}$.
- (5) Si definisca una relazione sull'insieme delle parti $P(X)$ di un insieme (infinito) X ponendo $A \mathcal{R} B$ se $A \setminus B$ e $B \setminus A$ sono entrambi finiti. Si dica se \mathcal{R} è riflessiva, simmetrica, antisimmetrica, transitiva. *[Ricordiamo che la differenza insiemistica di due insiemi U e V , denotata $U \setminus V$, è l'insieme di tutti gli elementi di U che non appartengono a V .]*