

ESAME DI GEOMETRIA I

P. PIAZZA - R. SALVATI MANNI

21 Febbraio 2001

1. Sia $RC(O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ un riferimento affine. Determinare equazioni parametriche della retta r passante per il punto $P(1, 1, 0)$ e parallela ai piani α, β di equazioni cartesiane

$$\begin{aligned}3x - y + z &= 1 \\ x + y + z &= -1.\end{aligned}$$

2. Sia $RO(O, \mathbf{i}, \mathbf{j})$ un riferimento ortonormale nel piano. Siano

$$P_1(1, 1), \quad P_2(3, -2),$$

e sia r la retta di equazione cartesiana

$$x - y = 1.$$

Determinare le coordinate dei punti P appartenenti a r e tali che l'angolo tra le semirette PP_1 e PP_2 sia di $\pi/2$.

3. Scrivete un sistema di equazioni lineari nelle incognite (x_1, x_2, x_3) che abbia come insieme delle soluzioni il sottospazio

$$V = \{(t, 2t, -t) \mid t \in \mathbb{R}\}.$$

4. Sia

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 & -4 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 5 & -3 \end{pmatrix},$$

e sia

$$F_A : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$X \rightarrow AX,$$

l'applicazione lineare definita da questa matrice. Determinare una base per $\ker(F_A)$ (il nucleo di F_A).

L'applicazione F_A è iniettiva? È suriettiva? (Giustificare la risposta.)

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}\text{-}\mathcal{T}\mathcal{E}\mathcal{X}$

5. Sia

$$B_u = \begin{pmatrix} 1 & u/2 & 1/2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & u & 1 \end{pmatrix},$$

dove u è un parametro reale. Sia

$$F_u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3,$$

$$X \rightarrow B_u X,$$

l'applicazione lineare definita da questa matrice. Determinare per quali valori di u l'applicazione lineare F_u è diagonalizzabile. Giustificare la risposta.

6. Sia $F_A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Determinare gli autovalori di F_A ; determinare i relativi autospazi. Verificare che F_A è diagonalizzabile. Determinare una base di \mathbb{R}^3 costituita da autovettori per F_A . Determinare la matrice associata a F_A in questa base di autovettori.